Separation der Varibalen

Liegt uns eine DGl vor, so führt oft das obige Prinzip zum Erfolg. Exemplarisch gezeigt sei es an dieser DGl, die bsp. eine Messung beschreibt:

$$y'(t) = y(t),\ y(0) = 10$$

Wir schreiben um wie folgt:

$$y'(t) = dy/dt \Rightarrow dy/y = dt$$

Jetzt integrieren wir beide Seiten, die Grenzen sind von 0 (Startpunkt der Messung) bis t (die Zeit, die uns interessiert!).

$$\int_{y(0)}^{y(t)} \frac{1}{y} dy = \int_0^t dt \Leftrightarrow \int_{10}^{y(t)} \frac{1}{y} dy = \int_0^t dt$$

Wir integrieren jetzt. Auf der rechten Seite ist es elementar, links ergibt sich der ln. Hier ist oft die Schwierigkeit der Methode; das Auswerten der Integrale!

$$\ln(y(t)) - \ln 10 = \int_0^t dt = t \Leftrightarrow \ln y(t) = t + \ln 10$$

Nun müssen wir nur noch exponieren, um den ln zu elemenieren. Es ergibt sich dann:

$$y(t) = e^{t+\ln 10} = e^t \cdot 10 \Leftrightarrow y(t) = 10 \cdot e^t$$

Letzteres ist die gesuchte Lösung.

Zusammengefasst: Das Verfahren trennt die Ableitung auf in sogenannte Differentiale. Diese und die zugehörigen Funktionen werden dann voneinander separiert, also auf verschiedene Seiten gebracht. Danach wird integriert und fertig.

Das Verfahren ist speziell und funktioniert natürlich nicht immer. Darauf gehen wir aber nicht näher ein!