

Erwartungswert

Diesen Begriff werden wir uns ganz naiv erarbeiten, denn die exakte Definition steht im Skript!

Wenn wir eine Stichprobe vorgelegt bekommen oder einfach ein Experiment laufen haben, überlegen wir uns sicher, was uns da erwartet. Genau das sagt uns der Erwartungswert.

Erwartungswert bei Gleichverteilungen

Merke: bei Gleichverteilungen sind alle Ausgänge je Einzelexperiment gleichwahrscheinlich.

Nehmen wir uns einen idealen, sechsseitigen Würfel und Würfeln, sagen wir mal, sechsmal.

Mit welcher Zahlsumme rechnen wir dann? Sicher mit einem Ergebnis zwischen 6 ($6 \times$ Eins) und 36 ($6 \times$ Sechs).

Irgendwie werden sich die verschiedenen möglichen Ausgänge je Wurf (hier gilt $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) die Wage halten. Bei unserer Gleichverteilung kann man einfach naiv annehmen, dass jede Zahl genau einmal fällt. Dann hätten wir als Summe $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ Augen erwürfelt.

Da diese Annahme eine naive ist, wird sie nicht immer zutreffen, aber es wird ganz gut hinkommen, denn fällt eine hohe Zahl und eine kleine, dann sind wir sofort im Schnitt wieder bei mittleren Zahlen (und wir haben sogar gleich zwei davon!)

Da dies so ist, würde der Erwartungswert EX in unserem Beispiel wie folgt berechnet:

(Mit gegebenem obigen Ω , den sechs Zufallsvariablen $X_i \in \Omega$, $i = 1..6$)

$$EX = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (X_i)$$

Diese Definition soll gut sein, sollte also bei vielen Sechs-Würfel-Würfen (wir zählen diese Würfe mit Z_k durch) am besten vorhersagen. Formal heisst das:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Z_k$$

Macht man sich letzte Bedingung klar und sieht, dass die exakte Definition aus dem Skript nur eine Verallgemeinerung der obigen ist, so hat man den EX bereits ausreichend verstanden!

Erwartungswert bei beliebigen Verteilungen

Hier schaut man ins Skript. Was denke ich unklar sein könnte, wieso die einzelnen Ereignisse mit ihren W 'keiten multipliziert werden. Doch das ist schnell erklärt; tritt ein Ereignis oft ein, so muss sein Ergebnis auch entsprechend gewürdigt werden! Es wird also *gewichtet*. Nichts anderes macht diese Multiplikation!