Blatt 7 1. Juni 2005

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Biologen 2
Dr. Maria Neuss-Radu

1. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem mit der Cramerschen Regel:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & 4x_2 & + & 6x_3 & = & 12 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 7x_3 & = & 16 \\ 3x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & = & -9 \end{array}$$

2. Seien $r \in [0, \infty)$, $\varphi \in [0, 2\pi]$. Sei A die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{pmatrix}$$

   (a) Bestimmen Sie die Vektoren Ax für $x = (1, 0)$, $x = (0, 1)$, $x = (2, 3)$ und $r = 1$. Welche geometrische Interpretation hat diese Operation.

   (b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems

$$Ax = b$$

   mit $b = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. Drei Lebensmittel A, B und C enthalten Vitamin C, Calcium und Magnesium. In der folgenden Tabelle finden Sie die Menge (in mg) der drei Bestandteile pro 1g Lebensmittel.

	A	B	C
Vitamin C	10	20	20
Calcium	50	40	10
Magnesium	30	10	40

   Ist es möglich, aus den Lebensmitteln A, B und C, ein Lebensmittelpaket mit insgesamt 100 mg Vitamin C, 300 mg Calcium und 200 mg Magnesium zusammenzustellen? Wenn ja, geben Sie die Zusammenstellung an, wenn nein, erklären Sie warum nicht.

4. Wir betrachten folgendes einfache Modell für eine Populationsentwicklung, das die Altersstruktur mitberücksichtigt: Gegeben sei eine Population, in welcher die Individuen in drei Altersklassen 1, 2 und 3, eingeteilt werden. Die durchschnittliche Anzahl der Nachkommen, die während einer Generation (d.h. in jedem Zeitabschnitt von n bis $n+1$) von einem Individuum der Altersgruppe 1, 2 bzw. 3 geboren werden sei $F_1 = 0, F_2 = 13, F_3 = 12$. Die Altersgruppen 1 und 2 haben Überlebenswahrscheinlichkeiten $P_1 = 0,4, P_2 = 0,5$, Altersklasse 3 stirbt sicher.

   (a) Bestimmen Sie das System von Rekursionsgleichungen, das den Übergang von einer Generation zur nächsten beschreibt. Schreiben Sie dieses System von Rekursionsgleichungen in der Form $x^{n+1} = Lx^n$. Bestimmen Sie den Lösungsvektor $x^n = (x_1^n, x_2^n, x_3^n)^T$ zu gegebener Ausgangspopulation $x^0 = (10, 10, 10)^T$.

   (b) Berechnen Sie x^1 und x^2. Wie verändern sich die relativen Anteile $\frac{x_i^1}{x_1^1+x_2^1+x_3^1}$ bzw. $\frac{x_i^2}{x_1^2+x_2^2+x_3^2}$, $i = 1, 2, 3$?

   (c) Untersuchen Sie ob eine stabile Altersverteilung dieser Population existiert.

Abgabetermin: Montag, 06. 06. 2005, 16 Uhr, in den Fächern im Flur des Instituts für Angewandte Mathematik, INF 294.