



Viel Spass beim Knobeln! Wenn du Hilfe brauchst, sprich mit deinen Mitschülern oder bearbeite erst einmal eine andere Aufgabe. Manchmal hilft das! Erst wenn es nicht mehr weiter geht, sprich mich an! Schwierigkeitsgrad von SG1 bis SG10 ist angegeben.

### AUFGABE 1 (SG7)

Gib den Erwartungswert des folgenden Spieles an: Gewürfelt wird mit einem sechsseitigen Würfel. Du würfelst so lange, bis du keine Sechs mehr würfelst. Dein Ergebnis ist die Summe aller erwürfelte Augenzahlen.

### AUFGABE 2 (SG3)

Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) = x^2$$

Bestimme eine Tangente des Schaubilds von  $f$ , die durch den Punkt  $P(2|3)$  geht!

### AUFGABE 3 (SG2)

Die sogenannte *Koch'sche Kurve* wird wie folgt erzeugt: Wir starten mit einem Strich der Länge 1. Dieser Strich wird in 3 gleiche Teile zerlegt. Der mittlere wird entfernt und dafür ein Dach eingesetzt, siehe dazu diese Abbildung:



Es sind vier Teilstrecken gleicher Länge entstanden. Nun werden diese vier Teilstrecken für sich wieder (maßstäblich) durch eine Figur wie oben ersetzt. Dieser Prozess wird immer weiter fortgesetzt. Zeichne die nächsten 2 Schritte! Wie sieht die nach und nach entstehende Figur aus? Wie lang wird die Koch'sche Kurve? Startet man zu Beginn mit einem gleichseitigen Dreieck wird die dann entstehende Figur auch *Schneeflocke* genannt. Wieso?

### AUFGABE 4 (SG1)

Die Ableitungsfunktionen  $g'$  und  $h'$  zweier Funktionen  $g$  und  $h$  sind exakt gleich. Sind es dann notwendigerweise auch die Funktionen  $g$  und  $h$ ?

### AUFGABE 5 (SG4)

Beweise die folgende Aussage: Wenn man die ersten  $n$  ungeraden Zahlen addiert, dann ergibt sich immer die Quadratzahl  $n^2$ .

### AUFGABE 6 (SG10)

Ein Barbier rasiert alle Männer in seiner Stadt, die sich nicht selbst rasieren. Rasierst er sich selbst?

### AUFGABE 7 (SG10)

Man nennt eine Menge von Objekten *abzählbar*, wenn man die Objekte durchnummerieren kann. Insbesondere sind also die natürlichen Zahlen abzählbar. Zeige, dass auch die ganzen Zahlen abzählbar sind! Zeige, dass auch die rationalen Zahlen abzählbar sind! Gibt es somit mehr Brüche als natürliche Zahlen?

### **AUFGABE 8 (SG9)**

Die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen heißt *potential infinity*. Ist dieser Begriff für dich plausibel? Es gibt viel größere Unendlichkeiten; die Unendlichkeit der reellen Zahlen bspw. heißt *actual infinity*. Kannst du dir diesen Begriff erklären?

### **AUFGABE 9 (SG3)**

Herr Qwertz behauptet, dass man die Monotonie einer Funktion auch über ihre Ableitungsfunktion nachweisen kann. Kann das funktionieren?

### **AUFGABE 10 (SG5)**

Was besagt der *Satz des Pythagoras*? Kannst du einen Beweis für ihn angeben?

### **AUFGABE 11 (SG5)**

Überlege dir ein mathematisches Thema, das du nicht so richtig verstanden hast. Sprich deinen Nachbarn darauf an und schließe deine Lücke!

### **AUFGABE 12 (SG2)**

Wie viele Damen haben auf einem Schachbrett Platz, ohne sich schlagen zu können?

### **AUFGABE 13 (SG4)**

Wieso ist eigentlich 0,999... genau (!) gleich Eins?

### **AUFGABE 14 (SG8)**

Wieso kann  $\sqrt{2}$  nicht als Bruch geschrieben werden?

### **AUFGABE 15 (SG3)**

Wir produzieren Staub (*Cantor'sche Wischmenge*). Gestartet wird mit einer Strecke der Länge 1. Sie wird in drei gleichlange Teile zerlegt. Das Mittelstück wird weggewischt. Für die dann übrigen Teilstrecken wird der Prozess immer wieder wiederholt. Überlege dir, was am Ende noch da ist von der Ausgangsstrecke!

### **AUFGABE 16 (SG1)**

Was ist leichter; ein Kilo Holz oder ein Kilo Blei?

### **AUFGABE 17 (SG3)**

Du gehst mit deinem Hund joggen. Der Rundweg, den ihr nehmt, ist 10 km lang. Da dein Hund doppelt so schnell läuft wie du, rennt er immer 170 m vorne weg, um dann zügig zurückzukommen. Dieses Verhalten zeigt er die gesamte Laufstrecke. Wie weit ist der Hund am Ende gelaufen?

### **AUFGABE 18 (SG1)**

Ein Bauer will mit seinem Kohlkopf, seiner Ziege und seinem Hund ans andere Ufer eines Flusses. Er hat aber nur ein kleines Boot zur Verfügung, mit dem er nur den Kohlkopf oder die Ziege oder den Hund befördern kann. Er muß also mehrmals übersetzen. Das Problem ist, daß die Ziege ohne den Bauern den Kohl frisst und der hungrige Hund sich über die Ziege hermachen würde, wenn der Bauer beide aus den Augen läßt. Wie muß der Bauer die Überfahrten also gestalten?