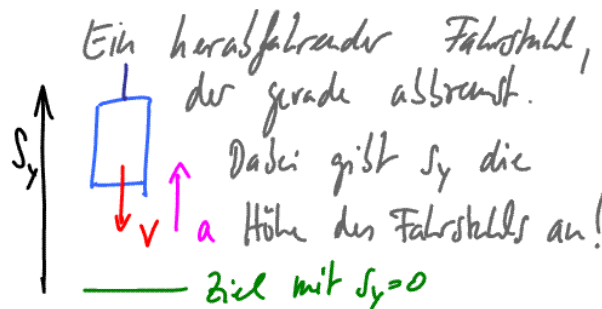
**1. Aufgabe****(2 Punkte)**

Gib ein Beispiel für eine Bewegung an, bei der die Geschwindigkeit negativ, die Beschleunigung aber positiv ist. Skizziere ein entsprechendes v-t-Diagramm.

**2. Aufgabe****(2 Punkte)**

Ein Mann der Masse  $m=80\text{kg}$  stehe auf einer Waage, die am Boden eines Fahrstuhls befestigt ist. Der Fahrstuhl fährt gleichförmig mit  $v = 30\text{ km/h}$  nach unten, als er gleichmäßig abbremst ( $a=\text{const.}$ ). Dabei kommt er nach  $5\text{ s}$  zur Ruhe.

- a) Hat die Geschwindigkeit  $v$  während der gleichförmigen Bewegung nach unten einen Einfluss auf die gefühlte Gewichtskraft des Mannes?

a) Nein, allenfalls indirekt. Bei einer höheren Geschwindigkeit wird der Bremsvorgang länger oder „inklusiver“. Nur Kräfte verändern  $F_G$ .

↳ Besprechen versch. Bezugssysteme  
( $v \neq 0, a \neq 0 \rightarrow$  Kreisbew.  $\rightarrow F_{ZfG}$ )

- b) Was zeigt die Waage während des Bremsvorgangs an?

$$a = \text{const.} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta v = 30 \text{ km/h} \approx 8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{und } \Delta t = 5 \text{ s}$$

$$\underline{a} \approx \frac{8,33}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx \underline{1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Der Fahrstuhl wird also mit  $a = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  abgebremst. Der Mann in Fahrstuhl bekommt nun die Waage gegen die Feder gedrückt, was auch ihn abbremst. Dabei addieren sich Brems- & Schwerkraft zur gefühlten Gewichtskraft:

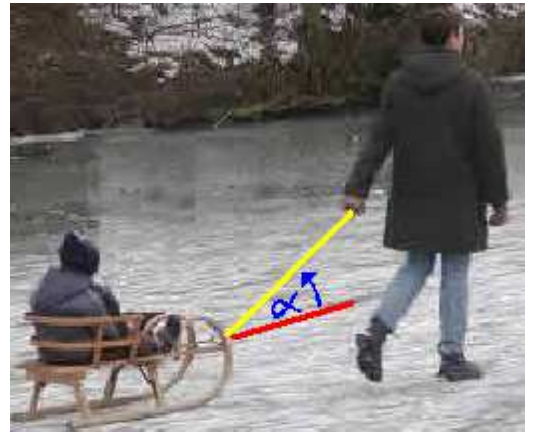
$$\underline{F} = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) \approx \underline{918 \text{ N}}$$

ggü. seiner normalen  $F_G \approx 785 \text{ N}$ .

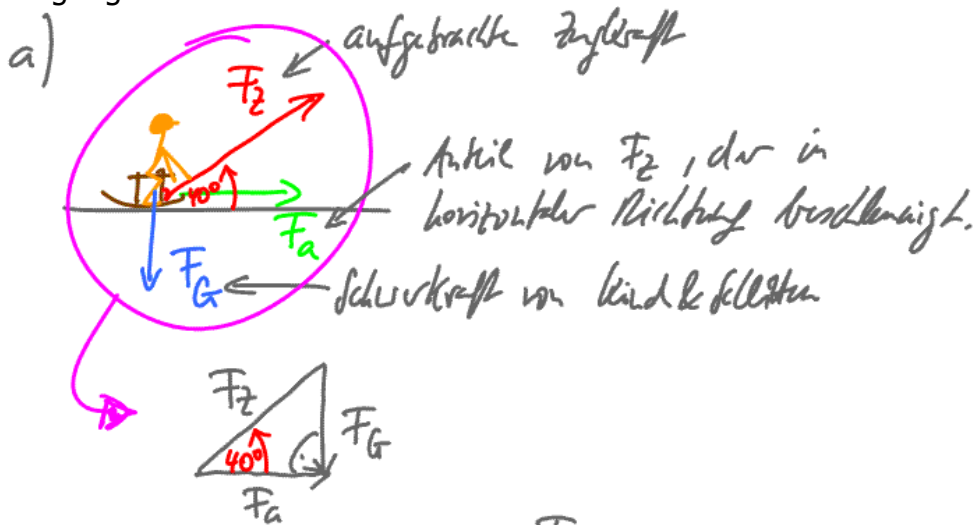
### 3. Aufgabe

(3 Punkte)

Ein Kind wird auf einem Schlitten an einem Seil von seinem Vater über eine eisbedeckte Wiese gezogen. Das Seil schließt dabei einen Winkel von  $\alpha=40^\circ$  mit der Horizontalen ein. Die Masse des Kindes beträgt 25kg, die Masse des Schlittens 5kg. Von Reibungskräften wird abgesehen.



- Fertige eine schematische Zeichnung der Situation an. Trage alle beteiligten Kräfte ein.
- Wieviel Prozent der aufgebrauchten Zugkraft stehen für die horizontale Beschleunigung des Schlittens zur Verfügung?



b) Es ist  $\cos(40^\circ) = \frac{F_a}{F_2}$ , also  $F_a = F_2 \cdot \cos(40^\circ)$ ,  
 was gemindert  $F_a \approx 0,77 \cdot F_2$  ist. Also 77%!

### 4. Aufgabe

(5 Punkte)

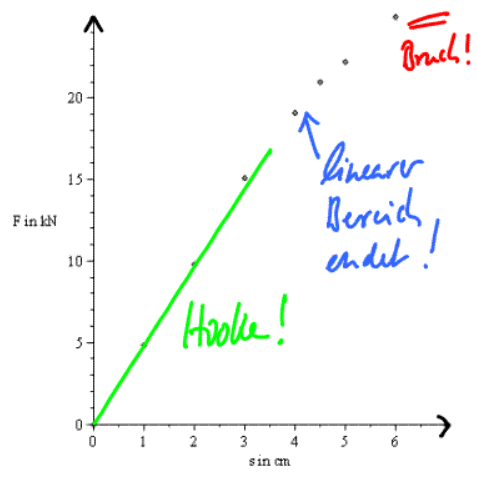
Im Labor belastest du Autofedern bis hin zum Zerreißpunkt. Dabei wird der zu untersuchende Federtyp (du hast mehrere Exemplare) senkrecht aufgehängt und solange gedehnt bzw. gestaucht, bis die Feder reißt bzw. zerdrückt wird. Bei deinen Messungen notierst du dir folgende Durchschnittswerte:

F in kN	0	1	2	3	4	4.5	5	6	7
s in cm	0	4.8	9.8	15.1	19.1	21.0	22.2	25.0	kaputt

- Zeichne ein F-s-Diagramm und erläutere den Verlauf des Graphen.
- Der Hersteller möchte die Federhärte der Feder mitgeteilt bekommen. Welchen Wert meldest du und warum?
- Wie groß ist die Federhärte der im Auto verbauten Anordnung von 4 Federn dieser Bauart?



- a) s. rechts!
- b) Zum Bestimmen von  $D$  wurden nur die Punkte von 1-3 kN berücksichtigt, denn "siehe rechts".  
 Wobei in diesem Bereich wohl noch mehr Messungen gemacht werden sollten. Man findet also:



$$D = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4.8} + \frac{2}{9.8} + \frac{3}{15.1} \right) \frac{kN}{cm}$$

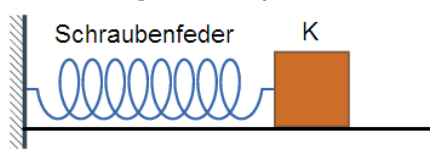
$$\Rightarrow D \approx 0,20 \frac{kN}{cm} \text{ bzw. mit Mehr: } \underline{\underline{D = 20 \frac{kN}{m}}}$$

- c)  $D_{ges} = 4 \cdot D = 80 \frac{kN}{m}$ , da sich die Aufwaste auf ebenen Fahrdahn gleichmäßig auf 4 Federn verteilt!

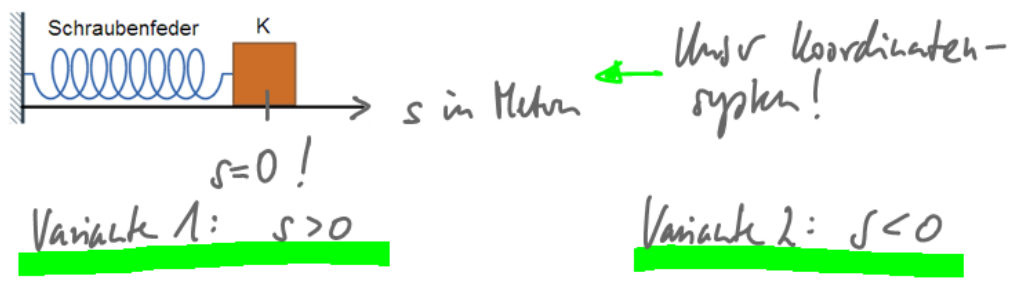
### 5. Aufgabe

(4 Punkte)

In der Abbildung unten ist ein waagrechtes Federpendel in seiner Gleichgewichtslage zu sehen. Die Feder ist eine Schraubenfeder mit der Federhärte  $D$ , die sowohl bei Druck als auch bei Zug dem Hookeschen Gesetz genügt. Der orangene Körper  $K$  der Masse  $M$  ist reibungsfrei gelagert.



- a) Überprüfe, ob bei Auslenkungen nach links (die Feder wird gestaucht) wie nach rechts (die Feder wird gestreckt) stets  $F = -D \cdot s(t)$  gilt, wobei  $s(t)$  die momentane Position von  $K$  ist. Führe dazu ein geeignetes (eindimensionales) Koordinatensystem ein.



In Variante 1 zieht die überdehnte Feder gegen die positive  $s$ -Achse, also ist  $F_{span} = -D \cdot s$ .

In Variante 2 drückt die gestauchte Feder in die positive  $s$ -Richtung, aber  $s$  selbst ist negativ:  
 $F_{span} = -D \cdot s$   
 $F_{span}$  ist aber  $F_{rück}$ !

Es seien  $D=30\text{N/m}$  und  $M=200\text{g}$ . Der Körper K wird nun aus der Gleichgewichtslage um  $A=10\text{cm}$  nach rechts gezogen. Nun wird der Körper K losgelassen und beginnt, um die Gleichgewichtslage zu schwingen.

b) Wie groß sind die maximale Beschleunigung und die maximale Geschwindigkeit im schwingenden System?

Zuerst einmal berechnen wir die Gesamtenergie für diese Schwingung. Sie ist

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{span}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta s^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,1\text{m})^2 = 0,15 \text{ J}$$

für  $t=0$ ,  
nach Vorspannen!

Nun ist beim Durchgang durch die Ruhelage ( $s=0!$ )  $E_{\text{span}}=0$ . Also gilt dort  $E_{\text{kin}} = 0,15 \text{ J}$ .

$$\frac{1}{2} m v^2 = 0,15 \text{ J} \quad | \cdot 2 : m$$

$$v^2 = \frac{0,30 \text{ J}}{0,2 \text{ kg}} \quad | \sqrt{\dots} \quad (\uparrow = 0,2 \text{ kg})$$

$$v = \sqrt{\frac{0,3}{0,2}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Da hier } E_{\text{span}}=0, \text{ muss } v \text{ maximal sein!}$$

Für  $a_{\text{max}}$  überlegen wir uns, wann die rückstellende Kraft  $F_{\text{span}}$  maximal wird. Das ist bei  $s = 0,1\text{m}$  der Fall:

$$F_{\text{span,max}} = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,1\text{m} = 3 \text{ N. Mit}$$

$$F = m \cdot a \text{ \& } m = 0,2 \text{ kg ist } a = \frac{F}{m} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Dieses  $a$  ist  $a_{\text{max}}$ , da  $F$  maximal ist!

c) Nach einer Schwingung verliert das System 7% seiner Gesamtenergie. Wie viele Schwingungen vollführt K, bevor die Amplitude  $A$  kleiner als 5mm ist?

Die Gesamtenergie hatten wir zu  $0,15 \text{ J}$  berechnet.

Nun gibt nach  $x$  Schwingungen

$$E_{\text{ges},x} = 0,15 \text{ J} \cdot 0,93^x \quad \text{denn } 100\% - 7\% = 93\% \text{ und}$$

Wenn die Amplitude gerade 5mm misst, ist

$93\% = 0,93$ .  
Wie Zinseszins! 😊

$$E_{\text{ges},5\text{mm}} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{30 \frac{\text{N}}{\text{m}}}_D \cdot \underbrace{(0,005\text{m})^2}_{s^2} \approx 0,000375 \text{ J}$$

Für welches  $x$  ist also

$$E_{\text{ges},x} = 0,000375 \text{ J} \text{ ??} \rightarrow \text{Rechen!}$$

$$0,157 \cdot 0,93^x = 0,0003757 \quad | : 0,157$$

$$0,93^x = 0,0025 \quad | \log(\dots)$$

$$\log(0,93^x) = \log(0,0025)$$

$$x \cdot \log(0,93) = -2,60 \quad \downarrow \text{GTK, gerundet} \quad | : \log(0,93)$$

$$x = \frac{-2,60}{-0,03} \quad \leftarrow \text{GTK, gerundet}$$

$$\Rightarrow x \approx 86,7$$

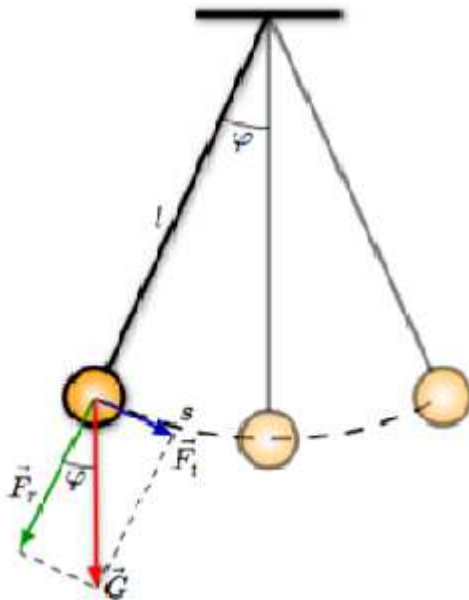
Also ist die Amplitude nach 87 Schwingungen kleiner als 5 mm!

## 6. Aufgabe

(4 Punkte)

Bei einem Fadenpendel (siehe Abbildung unten) gilt nur für kleine Auslenkungen (Winkel) folgende Formel für die Periodendauer T:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$



- $\varphi$  Auslenkwinkel in Bogenmass
- $l$  Länge des Pendels
- $s$  Auslenkung des Pendels:  $s = l \cdot \varphi$
- $G$  Erdanziehungskraft:  $G = m \cdot g$
- $F_r$  Kraftkomponente in Richtung Faden
- $F_t$  Tangentielle Kraftkomponente
- $m$  Masse des Pendels
- $g$  Erdbeschleunigung =  $9.81 \text{ m/s}^2$

- a) Überprüfe, ob die Einheit der rechten Seite der Gleichung für T ebenfalls die Dimension „Sekunde“ besitzt.

$\sqrt{\frac{l}{g}}$  hat die Dimension  $\sqrt{\frac{m}{\frac{m}{s^2}}}$  ← mehr  
← mehr pro Sekunde<sup>2</sup>

$\frac{m}{(\frac{m}{s^2})} = \frac{m}{m \cdot \frac{1}{s^2}} = \frac{m \cdot s^2}{m} = s^2$ , also stimmt's!  
Doppelbruch!

- b) Erläutere an den dir markant erscheinenden Punkten, welche Energieformen ineinander umgewandelt werden und wie dies geschieht.

**Bei dieser Bewegung gibt es eine Gleichgewichtslage und zwei Umkehrpunkte (symmetrisch zur Gleichgewichtslage). In der Gleichgewichtslage hängt das Pendel**

senkrecht nach unten; hier wirkt die Schwerkraft nach unten und die Zugkraft des Seils nach oben; es gibt keine seitlichen „Restkomponenten“, wie wir das bei der schiefen Ebene hatten.

Zwischen der Gleichgewichtslage und einem Umkehrpunkt sind Zugkraft und Schwerkraft mehr oder weniger zueinander „verdreht“ und es kommt zu einer „Restkraft“, wie es die Abb. andeutet. Hier wird der Pendelkörper also andauernd (unterschiedlich) beschleunigt. Im Umkehrpunkt ist diese Beschleunigung auch vorhanden.

Die einzigen beiden Energieformen sind die Lageenergie und die Bewegungsenergie. In den Umkehrpunkten ist  $E_{\text{pot}}=\text{max}$  und  $E_{\text{kin}}=0$ . In der Gleichgewichtslage ist  $E_{\text{kin}}=\text{max}$  und  $E_{\text{pot}}=0$ , so man die Nullmarke entsprechend setzt (was sinnvoll ist).

- c) Konzipiere ein Fadenpendel mit  $T=1\text{s}$ . Schwingt dieses Pendel auch auf dem Mond? Gilt dort ebenso  $T_{\text{Mond}}=1\text{s}$ ? ( $g_{\text{Mond}}=1/6 \cdot g_{\text{Erde}}$ )

$$\begin{aligned} \text{Wir lösen } T &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ nach } l \text{ auf:} \\ T &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | : 2\pi \\ \frac{T}{2\pi} &= \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | (\dots)^2 \\ \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 &= \frac{l}{g} \quad | \cdot g, \text{ also } \underline{l = g \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} \approx 0,78\text{m}} \\ \text{Für } l &= 78\text{cm} \text{ ist } T \text{ etwa } 1 \text{ Sekunde!} \end{aligned}$$

Auf dem Mond schwingt das Pendel ebenfalls, nur ist jetzt  $g$  unter der Wurzel eben nicht mehr  $9.81\text{m/s}^2$ , sondern  $1/6$  davon, was etwa  $g_{\text{Mond}}=1,64\text{m/s}^2$  ist.

Entsprechend ändert sich  $T$  zu  $T_{\text{Mond}} \approx 0,13\text{s}$ .

- d) Argumentiere anhand der obigen Zeichnung, dass die rückstellende Kraft bei diesem Pendel allenfalls für kleine Auslenkungen proportional zur Auslenkung ist! (**Bonus +2**)

Das werden wir uns noch im Unterricht anschauen. Kurz gesagt:

Die tangentielle Komponente ist letztlich die Rückstellkraft; es ist die Kraft, die von der Zugkraft „übrig bleibt“, wenn sie  $F_G$  nach unten aufhebt. Sie ist aber nicht proportional zur Auslenkung  $s=l\varphi$  (bei  $l=1\text{m}$  wäre es direkt der Winkel im Bogenmaß, der Einheitskreis lässt grüßen): Denn die tangentielle Komponente ist  $F_G \cdot \sin(\varphi)$  und hier steht der Winkel und damit  $s/l$  noch im Sinus „verpackt“!

Es gilt die „Kleinwinkelnäherung“  $\sin(\varphi) \approx \varphi$ , die uns für kleine Winkel  $\varphi$  annähernd  $F_{\text{Rück}}$  proportional  $s$  beschert – daher die obige Formel für  $T$ . Mehr dazu im Unterricht...