

El 10a	<b>MATHEMATIK</b>	<i>rref</i> ([A])
2012-13	2. Arbeit – aber Gerade so!	

Diese Arbeit ist mal **MIT**, mal **OHNE GTR** zu lösen; bitte beachte den entsprechenden Hinweis bei jeder Aufgabe! Erlaubt und erwünscht ist ein Geodreieck! Achte darauf, dass du strukturiert schreibst und dass du deine Gedankengänge dokumentierst! **Bearbeitungszeit: 90 Minuten**

### Aufgabe 1 – mit GTR

**(4 Punkte)**

Gegeben sind die Punkte  $P(1|2|3)$  und  $Q(2|3|0)$ .

- Spiegele P an der  $x_2$ -Achse und nenne den Spiegelpunkt R.
- Spiegele P an der  $x_1x_3$ -Ebene und nenne den Spiegelpunkt S.
- Spiegele P an Q und nenne den Spiegelpunkt T.
- Berechne den Abstand der beiden Punkte P und R.

### Aufgabe 2 – mit GTR

**(1 Punkt)**

Gegeben ist die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Bestimme eine Punkt U, der auf g und auf der  $x_1x_3$ -Ebene liegt.

### Aufgabe 3 – mit GTR

**(2 Punkte)**

Liegen die Punkte  $A(2|-2|2)$ ,  $B(1|-7|1)$  und  $C(1|0|1)$  auf einer Geraden?

### Aufgabe 4 – mit GTR

**(4 Punkte)**

Welche gegenseitigen Lagen können Geraden im Dreidimensionalen relativ zueinander haben? Beschreibe je ein Rechenverfahren, wie man entscheiden kann, ob der jeweilige Fall vorliegt.

### Aufgabe 5 – mit GTR

**(4 Punkte)**

Gegeben sind die zwei Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- Überprüfe rechnerisch, wie diese beiden Geraden zueinander liegen.
- Gib, falls möglich, den Schnittpunkt S an.

**Aufgabe 6 – mit GTR****(5 Punkte)**

Die Punkte  $S(0|0|0)$ ,  $P(0|0|4)$ ,  $Q(4|0|4)$ ,  $R(4|4|4)$  und  $T(4|4|0)$  beschreiben die relevanten Eckpunkte eines Quaders mit der Kantenlänge 4.

- a) Zeichne den Quader in ein geeignetes Koordinatensystem.

Der Vektor  $\vec{s} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$  gibt die Richtung von parallel einfallendem Sonnenlicht an.

Dabei wirft der Quader einen Schatten auf die  $x_1x_2$ -Ebene.

- b) Zeichne diesen Schatten ein und überprüfe die Randpunkte des Schattens durch eine Rechnung.  
c) Entscheide rechnerisch, ob der Punkt  $A(5|-5|0)$  im Bereich des Schattens liegt.

**Zusatzaufgabe****(+2 Punkte)**

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem (LGS):

$$\begin{aligned} 1s + rt &= 7 \\ 2s + 1t &= 5 \end{aligned}$$

Dabei ist  $r$  eine beliebige, aber feste reelle Zahl und die zugehörige Matrix lautet

$$M = \left( \begin{array}{cc|c} 1 & r & 7 \\ 2 & 1 & 5 \end{array} \right).$$

- a) Entscheide in Abhängigkeit von  $r$ , ob das LGS eine Lösung besitzt.

*Tipp: Bringe  $M$  via Gaußverfahren auf die Standardform und überlege von dort weiter.*