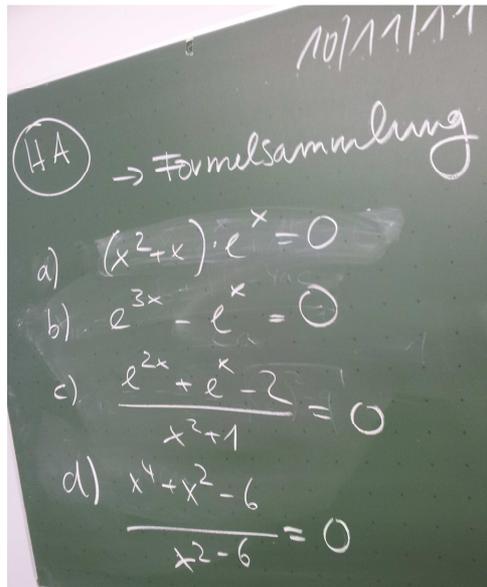


EI J2 M5  2011-12	<b>MATHEMATIK</b>  <b>Stunde vom 10.11.2011</b>	$\sin(x) + \sin^2(x)$ $=$ $1$
-------------------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------

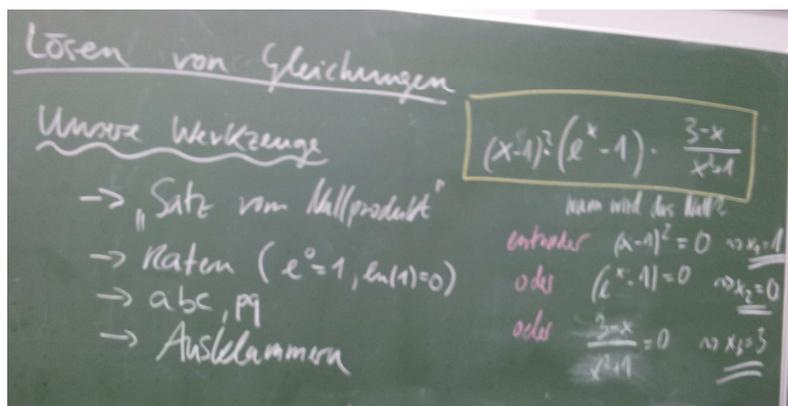
In dieser Stunde ging es um das Lösen von Gleichungen!

**Tafelbild**

Beginnen wir mit der HA der Stunde:



In dieser Stunde haben wir uns noch einmal mit den möglichen Verfahren zum Lösen von Gleichungen (nicht lin. Gleichungssysteme, da nehmen wir den Gauß) beschäftigt:



Das waren so die Methoden, die uns spontan eingefallen sind. Es gibt dann noch die Substitution, vielleicht an diesem Beispiel bekannt:

Neuerung!

$$x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$z^2 - z + 1 = 0$$

$$a = 1, b = -1, c = 1$$

$$z_{1/2} = \frac{+1 \pm \sqrt{1-4}}{-2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{-2}$$

Das gleiche Ding geht auch bei anderen Substitutionen und das war die Neuerung, die wir kurz vor den Sommerferien bereits behandelt haben. Wir haben uns dazu die Zusatzaufgabe der Klausur angeschaut:

Jetzt zur Zusatzaufgabe der Klausur:

$$e^x + 2 \cdot e^{-x} = 3$$

↓ Klammer hoch!

$$e^x + 2e^{-x} - 3 = 0$$

Subst.  $u = e^x \mid e^{-x} = \frac{1}{e^x} !!!$

$$u + 2 \cdot \frac{1}{u} - 3 = 0$$

Und hier geht's dann so in der „u-Welt“ weiter:

Also lösen wir:

$$u + \frac{2}{u} - 3 = 0 \mid \cdot u$$

$$u^2 + 2 - 3u = 0$$

$$u^2 - 3u + 2 = 0$$

$p = -3$       $a = 1$       $u_1 = 1$   
 $q = 2$       $b = -3$       $u_2 = 2$   
 $c = 2$

$$u_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

Danach muss man wieder aus der u-Welt zurück ins echte Matheleben!

Dazu halten wir die beiden Ergebnisse  $u = 3/2 + 1/2 = 2$  bzw.  $u = 3/2 - 1/2 = 1$  fest. Wir haben ganz zu Anfang  $e^x = u$  gesetzt. Jetzt müssen wir also alle  $x$  bestimmen, die entweder  $e^x = 2$  bzw.  $e^x = 1$  erfüllen. Da das nicht gleichzeitig geht, werten wir in zwei Schritten aus.

Wir beginnen mit  $u = 1 = e^x$ . Dann muss  $x = 0$  gelten, denn  $e^0 = 1$ . Man kann auch logarithmieren und hat so  $\ln(1) = x$ , was auch wieder  $x = 0$  bedeutet.

Ist  $u = 2 = e^x$ , dann bringt hier nur logarithmieren etwas und wir haben  $\ln(2) = x$ , **was halt irgendein Wert ist (siehe GTR), der uns als Mathematiker aber überhaupt nicht interessiert.**

Insgesamt haben wir  $x_1 = 0$  und  $x_2 = \ln(2)$  gefunden, die die Ausgangsgleichung  $e^x + 2e^{-x} = 3$  lösen!

*Im vorletzten Bild habe ich den Kühlschrank erwähnt; das liegt daran, dass wir etwas Neues wieder auf etwas Bekanntes zurückgeführt haben und das bekannte Problem konnten wir lösen! Analog zum Witz entspricht das Substituieren dem Hochtragen des Kühlschranks, das Rechnen dem Schnitzelbraten in der Pfanne. Das Resubstituieren kommt dem Runtertragen des Kühlschranks gleich; das hätte der Mathematiker eigentlich auch noch machen müssen! Merke ich mir beim nächsten Erzählen!*