

Diese Lösung ist ein Vorschlag, es geht oft auch anders... die Ergebnisse sollten aber die gleichen sein!

1. Aufgabe

Im Praktikum hast du eine Feder mit einer dir unbekanntem Federhärte ausgemessen. Dabei hast du verschiedene Massstücke m angehängt und dir die dadurch verursachte Ausdehnung s notiert.

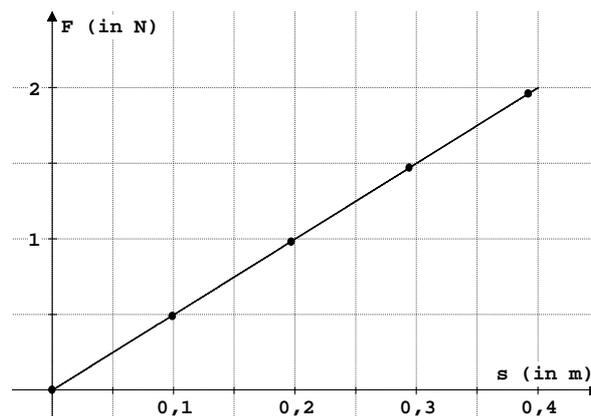
s (in cm)	9,9	19,7	29,4	39,2
m (in g)	50	100	150	200

a) Bestimme rechnerisch die Federhärte D .

Erst einmal sollte man hier aufpassen, wie die Einheiten sind! s in cm ist nicht so gut, wir brauchen s in Metern! Auch m in Gramm ist doof, in kg wäre es richtig. Die Federhärte D ist über $F=Ds$ bestimmt. F ist hier die Gewichtskraft $F=mg$, weil die einzige Kraft, die wirkt, die Erdanziehung ist. $m=50\text{g}$ entspricht (bei $g=10\text{ m/s}^2$) gerade $0,5\text{N}$. 100g sind 1N , 150g sind $1,5\text{N}$ und 200g sind 2N . Damit ist für die erste Messung $0,5\text{N}=D\cdot 0,099\text{m}$ bzw. $D=0,5\text{N} / 0,099\text{m}$, der GTR liefert etwa 5 N/m . Mit der Formel $D=F/s$ bestimmt man auch die anderen Brüche zu etwa 5 N/m (mal $4,9$, mal $5,01\dots$). Also ist $D=5\text{N/m}$.

b) Trage die Messwerte in ein passendes Schaubild (x-Achse: s , y-Achse: F) ein.

Hier das Schaubild:



c) Wie kann man in diesem Schaubild D ablesen?

Im Schaubild ist D die Steigung der Ursprungsgeraden. Bspw. geht's von $s=0,1$ auf $s=0,2$ um $0,1\text{m}$ rüber und dabei um $0,5\text{N}$ nach oben. Also $0,5\text{N}$ durch $0,1\text{m}$, das ist gerade $D=5\text{N/m}$...

d) Mache eine Vorhersage, um wieviel sich die oben untersuchte Feder dehnt, wenn eine Masse von 137g angehängt wird.

Mit $F=Ds$ und $F=mg$ mit $m=137g=0,137kg$ ist diese Vorhersage nicht schwer: Der Masse 137g entsprechen 1,37N. Wir lösen $F=Ds$ nach s auf und erhalten $s=F/D$. $F=1,37N$, $D=5N/m$ und das N kürzt sich raus, das m wandert nach oben und der GTR liefert für $1,37/5$ den Zahlenwert 0,274. Also dehnt sich die Feder um 27,4cm.

2. Aufgabe

Wir haben im Unterricht das Fadenpendel besprochen.

- a) Skizziere ein solches Pendel und trage die wichtigsten Größen ein.

Da ich etwas faul bin; die Skizze sieht man unten. Dabei ist die Fadenlänge l wichtig, die Auslenkung bzw. der Auslenkungswinkel. Manchmal gibt man auch den Höhenunterschied an zwischen der maximalen Auslenkung und der Ruhelage. Und die muss man auch noch einzeichnen; die Ruhelage (mittig) und die Umkehrpunkte (links/rechts oben) mit der maximalen Auslenkung. Auch die Masse ist von Bedeutung.

- b) Welche Kräfte wirken am Fadenpendel? Kannst du argumentieren, wieso es sich bei einer Auslenkung in Bewegung setzt?

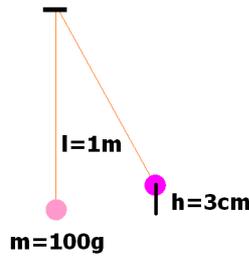
Es wirkt die Erdanziehung auf die Masse m . Die Masse wird also nach unten beschleunigt; ohne Faden fällt sie! Der Faden bringt die Gegenkraft (den können wir uns übrigens auch als Feder vorstellen: denn misst man nach, dann dehnt sich der Faden minimal durch das Gewicht; dabei erhöhen sich die Abstände zwischen den einzelnen Fadenmolekülen [keine Ahnung, aus was Faden genau besteht...]) und verhindert das Fallen.

Ist die Masse ausgelenkt, dann sind Fadenkraft und Gewichtskraft nicht auf einer Linie; sie können sich nicht exakt aufheben und eine Kraftkomponente nach links (bzw. rechts) bleibt übrig. Die bewirkt die Seitwärtsbewegung.

- c) Gib die Schwingungsdauer eines Fadenpendels mit der Fadenlänge $l=1m$ für eine kleine Auslenkung an. Ändert sich diese bei verschiedenen angehängten Massen? Und wenn man die Auslenkung ändert?

Es gilt ja $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. $l=1m$ ist gegeben und ich rechne mit $g=10m/s^2$. Dann ist T etwa 1,99s. Gerundet gilt $T=2s$. Bei verschiedenen Massen bleibt T gleich (m steht nicht in der Formel!), allerdings könnte irgendwann der Faden reißen... Auch bei einer anderen Auslenkung (Amplitude) tut sich nichts (steht auch nicht in der Formel). Allerdings gilt die Formel nur für kleine Auslenkungswinkel und daher ist sie einfach irgendwann nicht mehr gültig. Insoweit gibt es hier eine Abhängigkeit zwischen Auslenkung und T ...

d) Wieviel Energie „enthält“ die Schwingung bei dem unten gezeigten Pendel?



Das geht über eine Energieformel! Hier ist ein Höhenunterschied von $h=3\text{cm}=0,03\text{m}$ zu erkennen. Dann hat die Kugel oben mehr Lageenergie als unten und das ist die Energie, die im Pendel steckt: $E_{\text{pot}}=mgh=0,1\text{kg} \times 10\text{m/s}^2 \times 0,03\text{m}$. Der GTR liefert $E=0,03\text{ J}$ (wie man hier sieht, ist die Einheit der Energie, Joule (J), aus kgm^2/s^2 zusammengesetzt).

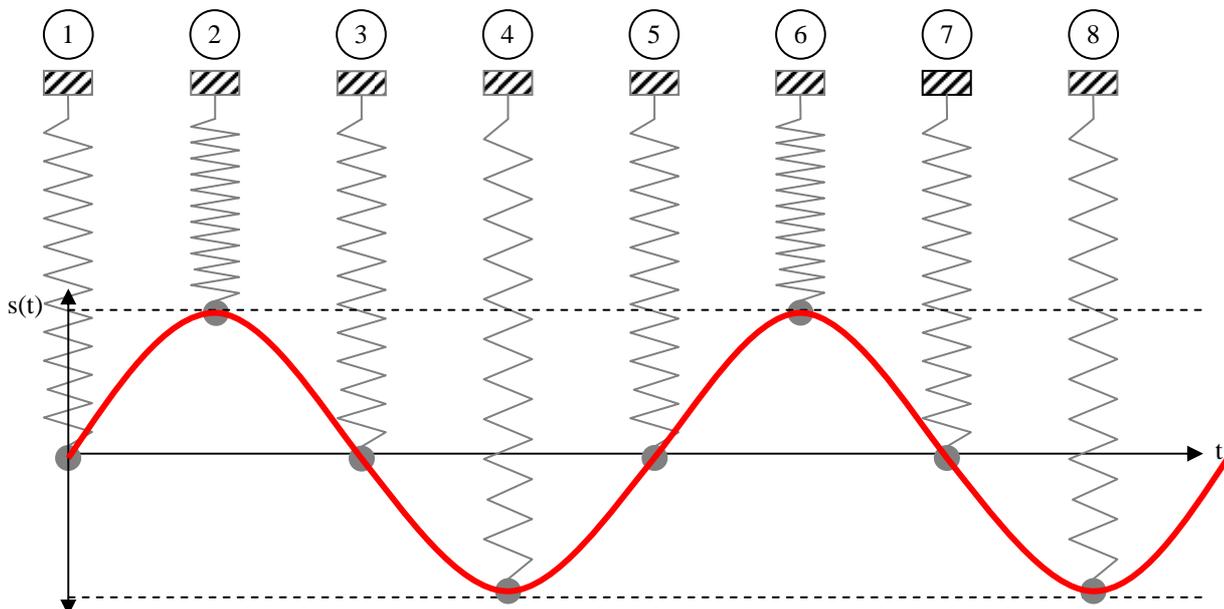
Welche Energieformen treten wann auf? Und wie schnell ist das Pendel beim Durchgang durch die Ruhelage?

Die Lageenergie oben rechts (rechter Umkehrpunkt) wandelt sich nach und nach in kinetische Energie um. In der Ruhelage (mittig) ist diese am größten, da die gesamte Lageenergie umgewandelt wurde (hier ist ja der Höhenunterschied Null!). Jetzt geht die Schwingung nach links oben bis zum linken Umkehrpunkt.

Wie schnell die Kugel beim Durchlaufen der Ruhelage ist, sagt uns der Energieerhaltungssatz: Es sind $0,03\text{J}$ im System und die können zu 100% in kinetische Energie umgewandelt werden. Diese ist ja $E_{\text{kin}}=0,5mv^2$ und da wir m kennen, können wir die Geschwindigkeit v bestimmen: $0,03\text{J} = 0,5 \cdot 0,1\text{kg} \cdot v^2$ oder $v^2=0,6\text{ J/kg}$. J/kg ist übrigens m^2/s^2 , was sehr gut ist, denn wir wurzeln ja jetzt und dann wird daraus m/s , eine Einheit der Geschwindigkeit! Der GTR liefert gerundet $v= 0,8\text{ m/s}$.

3. Aufgabe

Du untersuchst die Schwingung eines Federpendels und notierst dir folgende Übersicht:



- a) Wie lautet die Gleichung, die diese Bewegung beschreibt, wenn man in Position 1 beginnt? (*Achtung: Wir haben die Gleichung notiert für den Fall, dass die Schwingung in Position 4 beginnt!*)

Hier ist das erste Mal ein Transfer nötig: Wir haben immer $s(t)=-A\cdot\cos(\omega t)$ notiert. Diese Formel stimmt, wenn die Schwingung unten beginnt. Das ist so wie in Position 4 gezeigt.

Jetzt geht's aber mit Position 1 los. Das ist dann der Sinus und du ersetzt den $-\cos(\omega t)$ durch $\sin(\omega t)$ in der Formel: $s(t)=A\cdot\sin(\omega t)$. Das sieht sogar einfacher aus.

- b) Wie lautet die Gleichung, die diese Bewegung beschreibt, wenn sie in Position 2 beginnt?

Hier ist beim Start die Auslenkung oben und daher nimmt man den Cosinus! Also $s(t)=A\cos(\omega t)$. Falls du es dir so merken möchtest, dann gibt es vier verschiedene Fälle:

- Die Schwingung startet unten (Position 4) und es ist $s(t)=-A\cos(\omega t)$.
- Die Schwingung startet oben (Position 2) und es ist $s(t)=+A\cos(\omega t)$.
- Die Schwingung startet mittig und geht dann nach oben (Position 1) und es ist $s(t)=+A\sin(\omega t)$.
- Die Schwingung startet mittig und geht dann nach unten (Position 3) und $s(t)=-A\sin(\omega t)$.

Es ist immer ein Sinus oder ein Cosinus und entweder gibt's ein Minus vordran oder eben nicht. Ableiten kann man die einzelnen Formeln natürlich ganz normal, um auf $v(t)$ bzw. $a(t)$ zu kommen...

- c) In welchen Positionen ist die Geschwindigkeit am größten? Wo ist sie Null? Wie unterscheiden sich die Geschwindigkeiten in Position 3 und Position 5?

Ohne zu rechnen, kann man hier Antwort geben. Wie im Fadenpendel steckt ja auch im Federpendel Energie. Im Durchlauf der Ruhelage ist die Geschwindigkeit am größten. Das ist bei 1,3,5 und 7 der Fall. Null ist sie in den Umkehrpunkten (sonst wären es ja nicht die Umkehrpunkte...) und das sind die Positionen 2,4,6,8. Die Geschwindigkeiten in 3 und 5 sind eigentlich gleichgroß, aber: sie gehen in eine andere Richtung. Stell dir die Schwingung vor! Einmal geht's hoch und einmal geht's gerade runter. Daher haben sie entgegengesetztes Vorzeichen!

- d) Das Pendel hat diese Eigenschaften: Angehängte Masse $m=1\text{kg}$, Federhärte $D=50\text{N/m}$, Auslenkung $A=10\text{cm}$. Die Schwingung beginne in Position 4. Bestimme die Schwingungsdauer. Bestimme die maximale Beschleunigung a_{max} .

Es gilt hier $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$. $D=50\text{N/m}$, $m=1\text{kg}$. Ein kleines Achtung: m steht manchmal für eine Masse und manchmal für Meter. Bitte kommt da nicht durcheinander... Einsetzen und ausrechnen liefert gerundet: $T=0,89\text{s}$. Dabei ist der Schwingung ja egal, ob sie in Position 1,2,3,4 usw. startet!

Da die Schwingung in Position 4 beginnt, nehmen wir die uns vertraute Formel $s(t) = -A \cos(\omega t)$. $A = 0,1\text{m}$ und $\omega = 2\pi/T$. Mit dem GTR gilt gerundet $\omega = 7,07\text{ 1/s}$. Die maximale Beschleunigung findet sich über $a_{\max} = A\omega^2$. Gerundet ist das 5 m/s^2 .

4. Aufgabe

- a) Wie ändert sich die Schwingungsdauer T des Federpendels aus 3d), wenn man 4kg anhängt? Gib diese neue Schwingungsdauer T an!

Wenn du die Masse vervierfachst, dann steht unter der Wurzel anstelle von $m=1\text{kg}$ eben $m=4\text{kg}$. Du kannst das erneut ausrechnen, oder sehen, dass da im Prinzip das Alte steht, nur mit einem Faktor 4 unter der Wurzel. Zieht man diesen Faktor raus, dann ist das T_{alt} mal wurzel(4). Das ist aber gerade zweimal T_{alt} , also ca. $T_{\text{neu}} = 1,78\text{s}$.

- b) Wie ändert sich a_{\max} , wenn man 4kg anstelle 1kg anhängt?

In a_{\max} steht ja ω^2 . Das ω enthält $1/T$. T hat sich jetzt aber verdoppelt. Dann halbiert sich ω . Halbiert sich ω , so viertelt sich ω^2 (weil $1/2$ mal $1/2 = 1/4$...) und somit ist das neue a_{\max} ein Viertel des alten a_{\max} , also etwa $1,25\text{ m/s}^2$. Auch hier könnte man einfach nochmal nachrechnen und kommt zum selben Ergebnis.

- c) Wenn man nur 1kg zur Verfügung hat, aber a_{\max} des 4kg-Pendels haben möchte, könnte man das über eine Änderung der Amplitude erreichen? Wenn ja, gib diese neue Amplitude an!

Nun, $a_{\max} = A\omega^2$. Ändert sich $m=1\text{kg}$ jetzt doch nicht, kann sich auch nicht a_{\max} ändern. Außer, du drehst am A. Und wenn du A auf 2,5cm setzt (also ein Viertel der alten Amplitude), dann wird auch das neue a_{\max} gerade zu $1,25\text{ m/s}^2$!