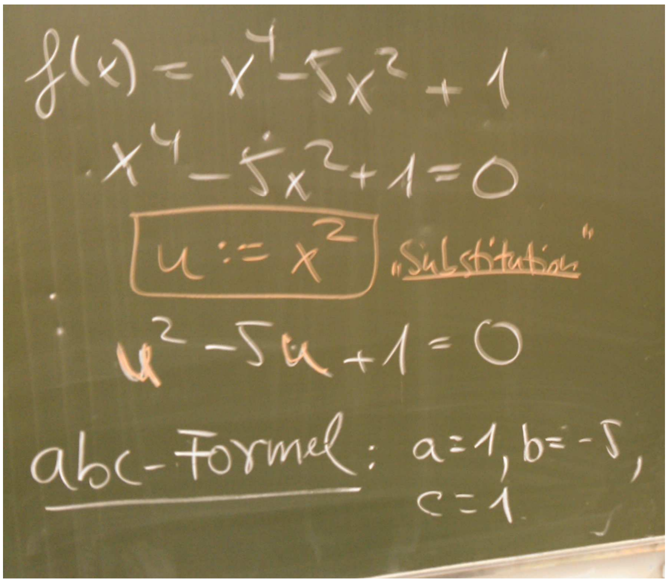
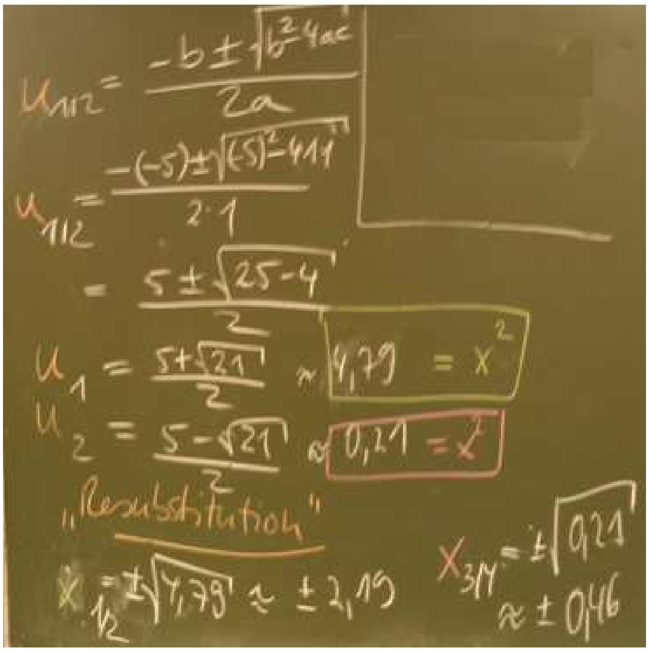
EI M5 2010-11	MATHEMATIK Stunde vom 23.11.2010	$f_t(x)$

In dieser Stunde haben wir uns weiter mit Parametern beschäftigt und wir haben zum ersten Mal Ortskurven bestimmt.

Tafelbild

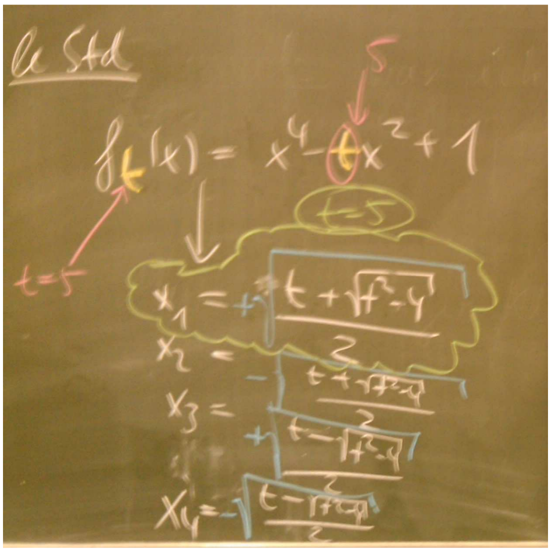
Es geht mit der HA los und da old school mit einer parameterfreien Funktion, für die man per Substitution die Nullstellen berechnen soll:



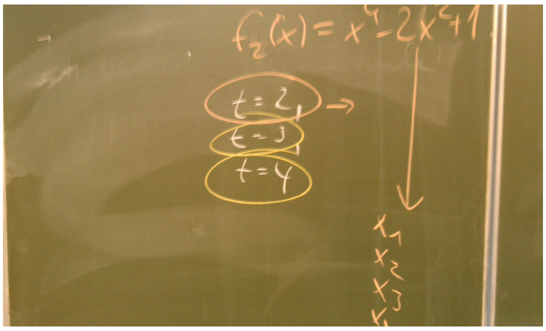


Insgesamt haben wir 4 Lösungen gefunden. In der Stunde davor hatten wir eine Kurvenschar durchgerechnet, die fast gleich aussah. Der Funktionsterm hatte $-tx^2$ anstelle von $-5x^2$ und wir hatten die Nullstellen ganz allgemein in Abhängigkeit von t berechnet. Wir haben diese

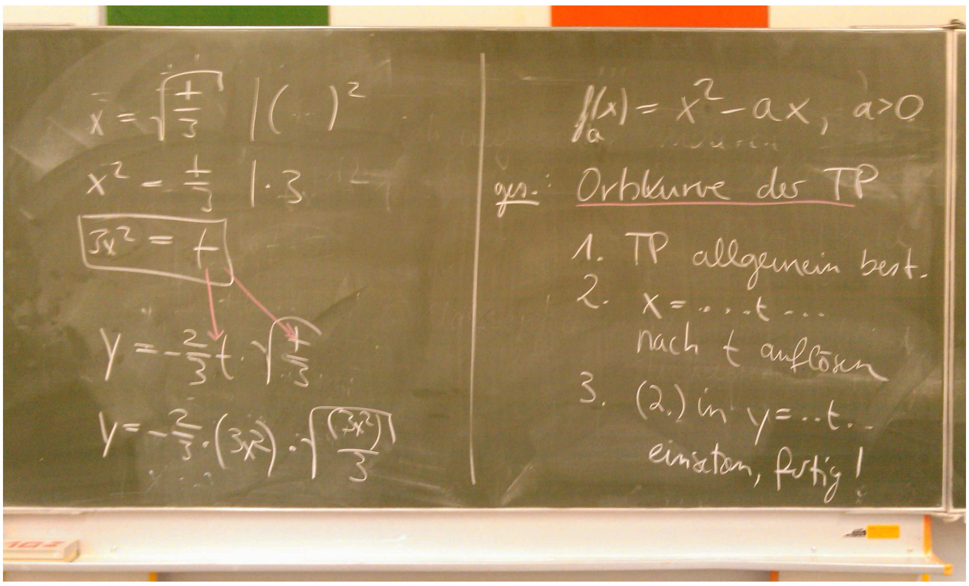
Nullstellen noch einmal nachgeschlagen und t=5 gesetzt, um zu überprüfen, ob wir auf dasselbe Ergebnis kommen:



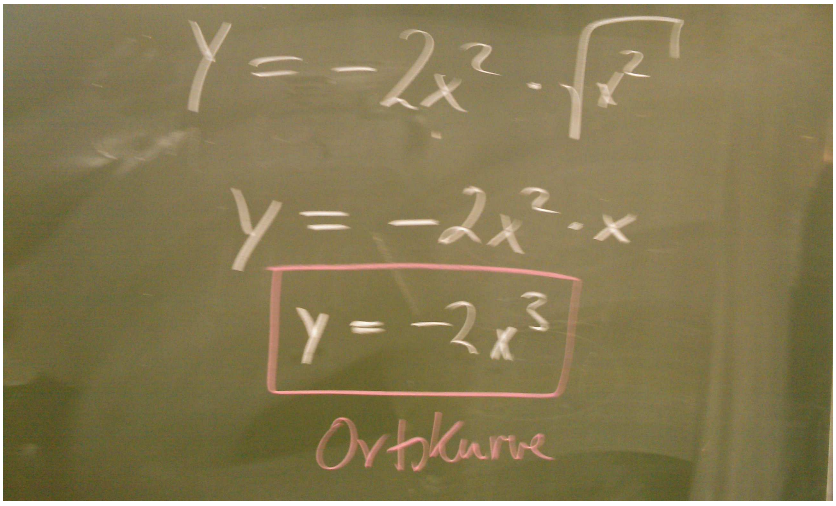
Und genau das war der Fall. Damit haben wir uns wohl in beiden Fällen nicht verrechnet… Praktischerweise kann man so auch schnell die Nullstellen für t=2,3 bzw. 4 finden:



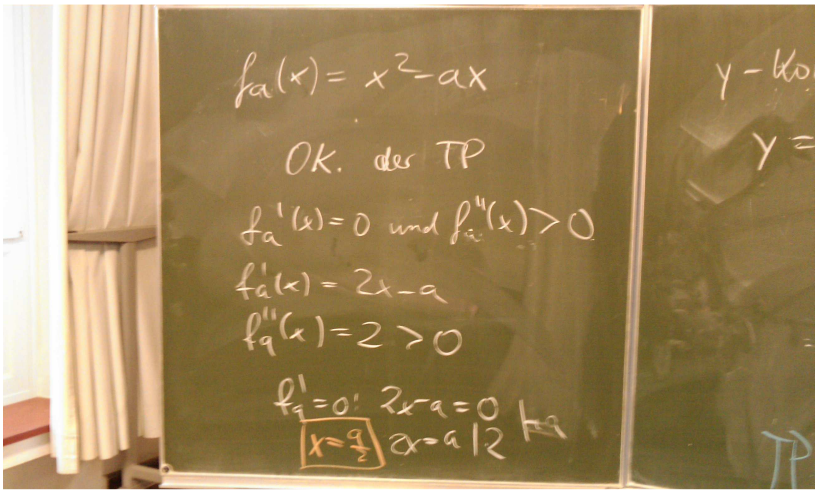
Dann haben wir Ortskurven bestimmt. Ortskurven nennt man die Kurven, die entstehen, wenn man bei einer Parameterkurve den Parameter ständig ändert, sich aber auf einen bestimmten Punkt konzentriert, bspw. den Hochpunkt. Seine „Spur" im xy-Koordinatensystem beschreibt eine meistens schnell zu findende Kurve. Zu unserer Schar $f_t(x)=x^3-tx$ haben wir den Tiefpunkt bestimmt und danach die zugehörige Ortskurve:



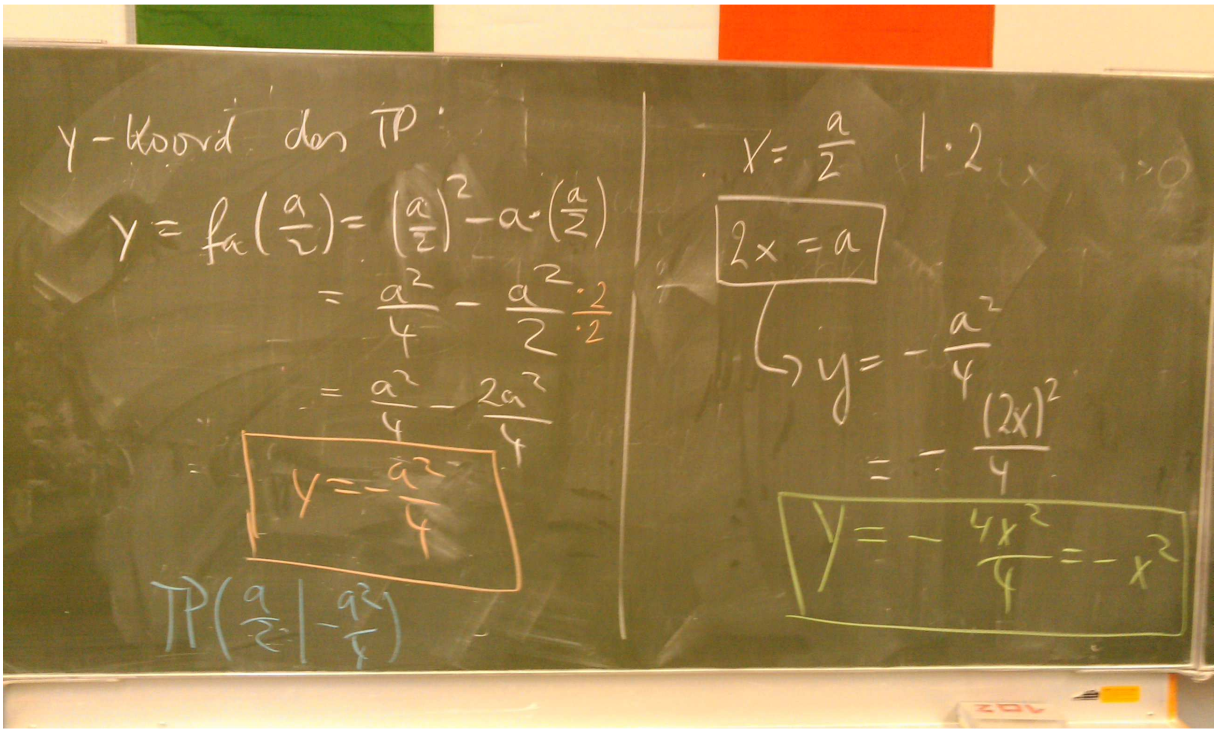
Auf der linken Seite sieht man noch einmal, was das „Rezept“ der rechten Seite sagt: Man löst in x=… nach t auf und ersetzt selbiges dann im y=…-Term. Fertig:



Die nächste Funktion war die mit dem Funktionsterm $f_a(x)=x^2-ax$. Wir wollten die Ortskurve der TP bestimmen:



Dazu haben wir den Tiefpunkt bestimmt. Erst x=a/2 und dann über $f_a(a/2)$ den y-Wert dazu:



Und dann kommt die „Zauberei“: x hängt von a ab, klar. y auch. Andererseits könnte man sich auch x vorgeben und das passende a dazu bestimmen. dann wäre y auch fest. Diesen Weg gehen wir. Wir lösen in der Gleichung $x=a/2$ nach a auf: $2x=a$. Wäre also $x=1$, so wäre $a=2$. Dann ist aber y sofort bestimmt, denn mit $a=2$ ist $y=-a^2/2$ eben $-(2x)^2/2=-(4x^2)/2=-2x^2$.

Hier steht ein Zusammenhang von y und x: $y=-2x^2$. Und ist $x=1$, so ist $y=-2$ usw. Das ist aber ein Funktionsterm, wie wir ihn schon kennen und dieser Funktionsterm beschreibt gerade die Ortskurve der Tiefpunkte!

Über den GTR kann man sich das noch einmal anschauen. Das und eine Ortskurve zur Funktion $f_t(x)$ ist die HA: