



In diesem Teil sind weder GTR noch die Formelsammlung erlaubt. Um den Wahlteil zu erhalten, gib bitte diesen Pflichtteil bearbeitet ab.

### 1. Aufgabe – light up!

(7 Punkte)

Leite die folgenden Funktionsterme nach der Variablen ab und vereinfache sie!

$$a(x) = \sin(x) \cos(x) \quad b(x) = \sin(2x) + \cos^2(x) \quad c(x) = \frac{6}{5x^3} - \frac{5x^2}{2}$$

$$d(x) = \sin(\sqrt{x^2 + 1}) \quad e(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x)$$

### 2. Aufgabe – Potenz und Logarithmus

(2 Punkte)

Vereinfache die folgenden Ausdrücke!

$$a) \frac{x^{-2} \cdot y^4 \cdot x^3}{x^{1/2} \cdot y^{-1}} \quad b) \log(1000^3) / 2$$

### 3. Aufgabe

(5 Punkte)

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{x}{2x+2}$  für reelle  $x$ -Werte außer  $x = -1$ .

- Wieso ist  $x = -1$  nicht im Definitionsbereich dieser Funktion?
- Leite  $f(x)$  ab.

Es gibt eine weitere Ableitungsregel, die man nicht unbedingt braucht, die aber bei Brüchen nützlich sein kann. Sie lautet

$$f'(x) = \frac{a'(x)b(x) - b'(x)a(x)}{b(x)^2}, \text{ wenn } f(x) = \frac{a(x)}{b(x)} \text{ ist.}$$

- Bestimme für den Funktionsterm  $f(x)$  die Teilfunktionen  $a(x)$  und  $b(x)$  der neuen Formel.
- Bestimme die Ableitung  $f'(x)$  mit der neuen Regel! (*ihr Name: Quotientenregel*)
- Zeige, dass die Ergebnisse für  $f'(x)$  von Teil a) bzw. Teil d) identisch sind.

### 4. Aufgabe – Kurvendiskussion gestückelt

(5 Punkte)

- Welche Symmetrie hat die über  $g(x) = \cos(x^2)$  definierte Funktion  $g$ ? Ist  $j(x) = \sin(x^2)$  symmetrisch und wenn ja, welche Symmetrie liegt hier vor?
- Bestimme die Extrempunkte der Funktion  $h$  mit dem Funktionsterm  $h(x) = \frac{x^3}{3} - x + 4$ . Wie verhält sich  $h(x)$  für sehr große positive bzw. negative  $x$ -Werte? Begründe kurz.
- Du hast die Funktion  $i(x) = x^3 - x$  erfolgreich „diskutiert“ und diese Ergebnisse festgehalten:
  - $i$  ist punktsymmetrisch und hat die Nullstellen  $N1(-1|0)$ ,  $N2(0|0)$  und  $N3(1|0)$ .
  - für große positive  $x$ -Werte haut das Schaubild nach oben ab
  - $i$  hat einen Hochpunkt bei  $H(0.6|-0.4)$ . Der Tiefpunkt ist bei  $T(-0.6|-0.4)$ .

Skizziere das Schaubild von  $i$  im Bereich von  $x = -2$  bis  $x = 2$ .



In diesem Teil sind GTR und Formelsammlung erlaubt. Vergiss aber nicht, deinen Gedankengang zu dokumentieren. Damit ich weiß, was du dir so überlegt hast.

**1. Aufgabe****(2 Punkte)**

Berechne folgende Werte ( $x$  im Bogenmaß):

a)  $f(0), f(2)$  für  $f(x) = \sin(x^2)$     b)  $f'(1)$  für  $f(x) = \sin(x^2)$     c)  $f''(-1)$  für  $f(x) = \sin(x^2)$

**2. Aufgabe****(5 Punkte)**

Du bringst dein Konfirmationsgeld in Höhe von 2000€ auf die Bank. Sie legt das Geld mit einem Zinssatz von 3,5% p.a. (lat. per annum, meint: jährlich) für dich an.

a) Du hebst die Ersparnisse zum Abi genau 3 Jahre später wieder ab, um eine Reise zu machen. Wieviel Geld ist da gerade auf deinem Konto?

b) Wenn du es liegen gelassen hättest, wann hätte sich dein Geld das erste Mal verdoppelt?

c) Bei welchem Zinssatz verdoppelt sich dein Geld in genau 10 Jahren?

**3. Aufgabe****(6 Punkte)**

Du verkaufst in deinem Tante-Emma-Laden Obst. Dazu steht eine Schale an der Kasse, in der Birnen liegen. Diese beziehst du kostenfrei und ausreichend aus deinem eigenen Bio-Schrebergarten. Die Birnen sind mit je 50 cents ausgezeichnet. Du machst dir Gedanken, den Preis zu ändern, um deinen Gewinn zu maximieren.

Natürlich verkaufst du in Abhängigkeit des Preises  $x$  in cents mehr bzw. weniger Birnen. Und zwar genügt dieser Birnenverkauf  $B$  der Gleichung  $B(x) = 10 \cdot \sqrt{100 - x}$ , was du durch eine Kundenbefragung herausgefunden hast.

a) Wie hoch solltest du laut Formel den Preis maximal ansetzen, um überhaupt etwas zu verkaufen?

b) Wie viele Birnen verkaufst du bei einem Preis von 70 cents? Wie hoch ist hier dein Gewinn?

d) Welches ist der optimale Verkaufspreis? Du solltest möglichst viel Obst zu einem möglichst hohen Preis verkaufen! Stelle dazu deine Gewinnfunktion auf, die du aus dem Verkaufspreis und der Birnenverkaufsfunktion  $B$  bilden kannst. Maximiere diese Gewinnfunktion!