EI 8a 2010-11	MATHEMATIK 5. Arbeit	**abc** **pq**

Einige Aufgaben sind **OHNE GTR** zu lösen. Achte darauf, ansonsten verlierst du die Punkte! Achte auch darauf, dass du strukturiert schreibst und dass du deine Gedankengänge dokumentierst!

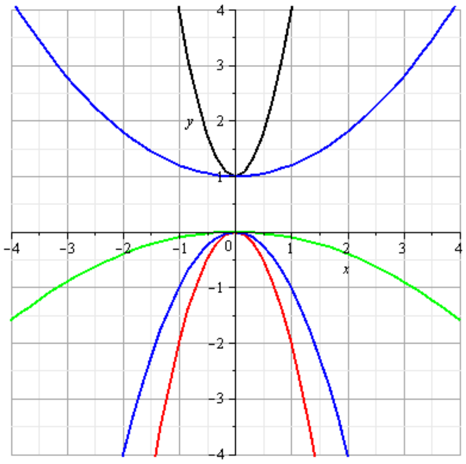
Bearbeitungszeit: 60 Minuten

1. Aufgabe – OHNE GTR! (3 Punkte)

Gegeben sind fünf Parabeln mit den folgenden Zuordnungsvorschriften:

a: **$y = -2x^2$** b: y = **$3x^2+1$** c: **$y = -0.1x^2$** d: **$y = 0.2x^2+1$** e: **$y = -x^2$**

Ordne sie ohne zu rechnen den Schaubildern in der folgenden Abbildung zu:



2. Aufgabe – OHNE GTR! (3 Punkte)

Bestimme rechnerisch den Scheitelpunkt der Parabel p mit dem Term p: $y = 4x^2 + 2x – 4$.

Wir wissen, dass der x-Wert des Scheitelpunktes genau zwischen den beiden Nullstellen liegt, wenn diese existieren. Daher bestimmen wir die zuerst, suchen also die Lösungen der Gleichung $4x^2+2x-4=0$. Man kann noch einmal durch 2 teilen, dann wird es einfacher: $2x^2+x-2=0$. a=2,b=1,c=-2. Also -1+Wurzel(1+16) durch 4 oder -0.25+Wurzel(17)/4, was etwa 0.78 entspricht. Für x2 findet man -0.25-Wurzel(17)/4, was etwa -1.28 entspricht. Die Mitte ist genau bei x=0.25! Hier muss der Scheitelpunkt liegen. Der y-Wert zu x=0.25 ist $4*0.25^2+2*0.25-4=-3.25$, also ist S(0.25|-3.25) der gesuchte Punkt.

3. Aufgabe – OHNE GTR! (2 Punkte)

Bestimme rechnerisch den Scheitelpunkt der Parabel q mit dem Term q: $y = (x – 2)\cdot(x – 4)$.

Hier ist die Darstellung der Parabel sehr praktisch; die Nullstellen liest man sofort zu x1=2 und x2=4 ab. Dann muss xs=3 gelten und der y-Wert ist ys=(3-2)(3-4)=-1, also S(3|-1).

4. Aufgabe – OHNE GTR! **(2 Punkte)**

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründe kurz!

a) Mit der pq-Formel kann man grundsätzlich nur Gleichungen der Art „$ax^2+bx+c = 0$" lösen, die mit x^2, also mit $a=1$, beginnen! Stehen andere Zahlen vor dem x^2 hat man keine Chance und muss auf jeden Fall die abc-Formel verwenden.

Das ist falsch. Man kann so eine Gleichung einfach durch a teilen (außer a=0!) und braucht die abc-Formel gar nicht.

b) Kann man per Hand Nullstellen von quadratischen Gleichungen bestimmen, so kann man auch Schnittprobleme von Parabeln und Geraden lösen!

Das ist wahr. Denn Schnittprobleme von Parabeln und Geraden lassen sich immer auf ein Nullstellenproblem überführen. Ein Beispiel mit g: $y=2x+1$ und p: $y=x^2-1$. Um die Schnittpunkte zu finden, setzt man beide Gleichungen gleich: $2x+1=x^2-1$. Jetzt kann man aber auf beiden Seiten 2x abziehen: $1 = x^2-1-2x$. Und man kann nochmal auf beiden Seiten 1 abziehen: $0 = x^2-1-2x-1 = x^2-2x-2$. Jetzt hat man eine neue Gleichung, $0 = x^2-2x-2$. Wenn man die Nullstellen dieser Gleichung kennt, hat man die x-Werte der Schnittpunkte der Geraden $y=2x+1$ und der Parabel $y=x^2-1$!!!

5. Aufgabe – MIT GTR! **(2 Punkte)**

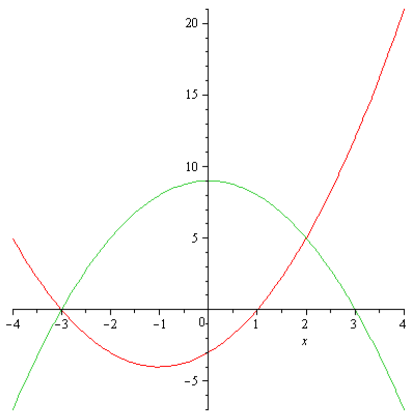
Beschreibe, wie man anhand des Termes einer Parabel erkennen kann, ob ihr Schaubild „schmaler" oder „breiter" als das einer Normalparabel ist. Gerne kannst du Beispiele verwenden.

Wie in Aufgabe 1 zu sehen, entscheidet die Zahl vor dem x^2! Das Vorzeichen ist nicht von Bedeutung, es dreht allenfalls die Parabel um. Wenn die Zahl vor x^2 größer ist als 1, so ist die Parabel schmaler, anderenfalls wird sie breiter als das Schaubild von $y=x^2$.

6. Aufgabe – MIT GTR! **(4 Punkte)**

Gesucht sind die Schnittpunkte von zwei Schaubildern. Die Terme, die diese Schaubilder beschreiben, sind diese: $y = x^2 + 2x – 3$ bzw. $y = – x^2 + 9$.

a) Skizziere das Problem in einem geeigneten Koordinatensystem.



b) Bestimme die beiden Schnittpunkte!

Mit dem Befehl „intersect" findet man x1=-3 und x2=2. Alternativ kann man in der Wertetabelle schauen oder aber einfach ablesen!

c) Begründe anhand einer Schnittgleichung, wieso sich mit der Gleichung $0 = x^2 + x - 6$ gerade die x-Werte der beiden obigen Schnittpunkte finden lassen!

Wir beginnen mit dem eigentlichen Schnittproblem und setzen beide Parabeln gleich: $x^2 + 2x - 3 = -x^2 + 9$. Nun können wir auf beiden Seiten x^2 addieren und erhalten so $2x^2 + 2x - 3 = 9$. Jetzt ziehen wir noch 9 ab und es ergibt sich die Gleichung $2x^2+2x-12 = 0$. Die teilen wir durch 2 (dann stimmt sie immer noch!) und es steht die in c) gegebene Gleichung da!

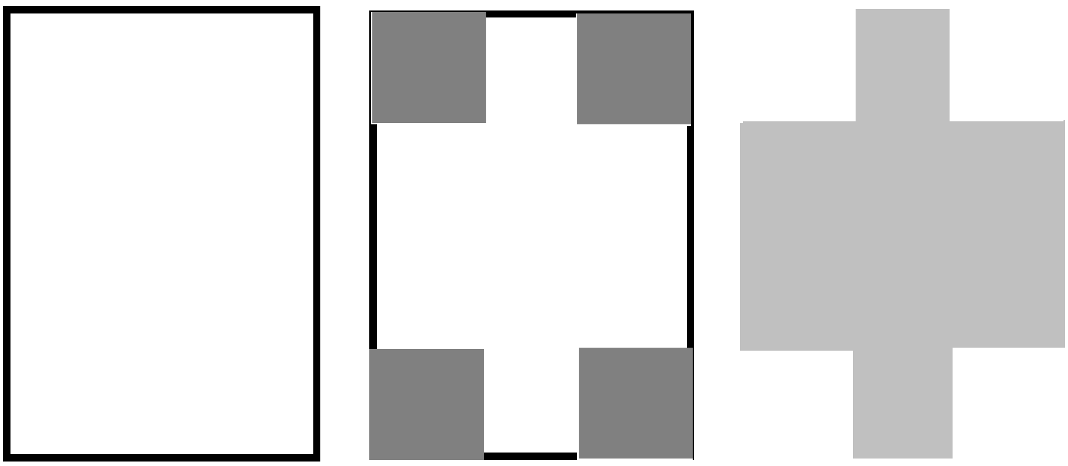
7. Aufgabe – MIT GTR! **(4 Punkte)**

Welche ganze Zahl X ist gesucht? Die Zahl X mit ihrem Doppelten malgenommen ist um 112 kleiner als ihr Dreißigfaches! Außerdem ist X keine Primzahl!

Laut Text ist X mal 2X nicht ganz 30X, sondern man muss noch 112 dazu zählen. Also geht es um diese Gleichung: $2X^2+112=30X$. Wir formen zu $2X^2-30X+112=0$ um und bestimmen mit dem GTR die Nullstellen. Es finden sich $X1=7$ und $X2=8$. Da X keine Primzahl sein soll, muss $X2=8$ die gesuchte Lösung sein!

Zusatzaufgabe – MIT GTR! **(+4 Punkte)**

Dir wird folgende Aufgabe gestellt: Du darfst bei einem DINA4-Blatt an allen Ecken je ein gleich großes Quadrat heraus schneiden und den Rest des Blattes zu einer Schachtel falten. Das Volumen der Schachtel soll am Ende möglichst groß sein. Wie groß musst du die Quadrate wählen, um diese Aufgabe bestmöglich zu lösen?



1. DINA4 **2. Ecken weg-schneiden** **3. Falten**

Diese Aufgabe machen wir ziemlich bald im neuen Schuljahr!