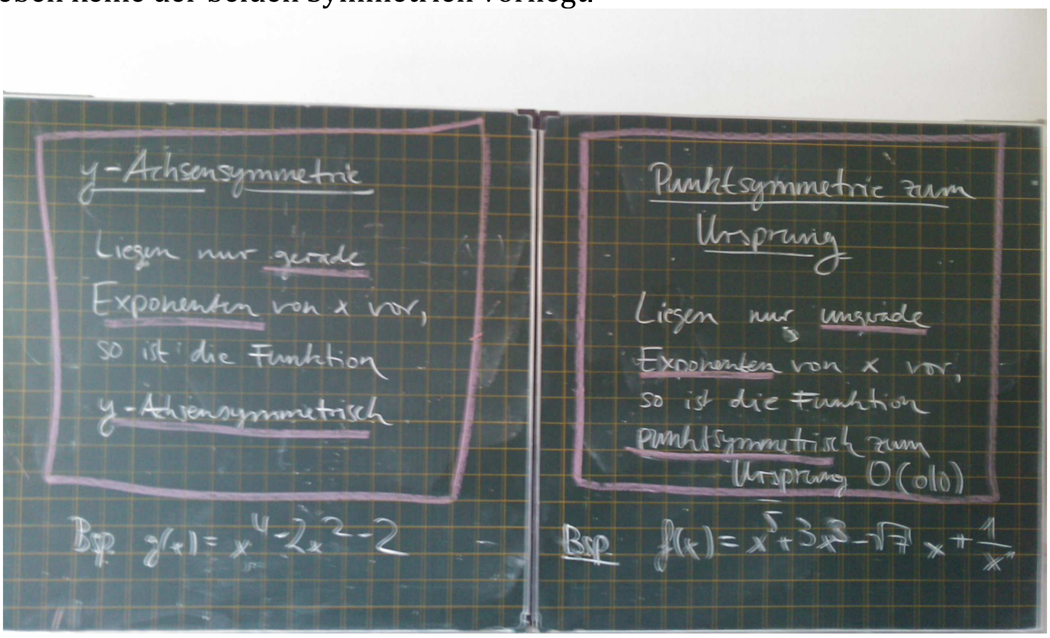
EI 10c M 2009-10	*MATHEMATIK* **Mitschrieb Mo, 28.06.2010**	

In dieser Doppelstunde haben wir das Testen auf y-Achsensymmetrie und das Testen auf Punktsymmetrie zum Ursprung O(0|0) fixiert. Außerdem haben wir noch einmal über die Substitution als Verfahren zum Bestimmen von Nullstellen gesprochen. Ein gelöstes Beispiel findet sich noch einmal unten!

TAFELBILD

Das Testen auf die oben genannten Symmetrien ist eigentlich sehr einfach. Man schaut auf alle Summanden, die die Varibale (üblicherweise werden die ja mit x bezeichnet) enthalten und schaut sich die Exponenten an. Danach entscheidet sich, ob eine reine Symmetrie vorliegt oder im „Mischfall“ eben keine der beiden Symmetrien vorliegt.



SUBSTITUTION

Lateinisch bedeutet „substituere“ einfach nur „ersetzen“ und auch im Englischen findet sich dieser Begriff. So einfach ist es dann auch. Ein Beispiel bei „**Drei Chinesen mit dem Kontrabass**“: Hier ersetzt man alle Konsonanten zum Beispiel mit einem „o“:

Droo Chonoson mot dom Kontroboss.

Mehr ist nicht passiert. In Sprachen ist das vielleicht wenig nützlich, in der Mathe kann man mit der Substitution viel erreichen.

Gehen wir ins Reich der Zahlen, dann könnte man diesen Ausdruck bauen:

$$x^5 + x^{10} - 20$$

Eigentlich ist das nichts Wildes, aber Nullstellen kann man hier nicht so einfach ablesen! Sprich, diese Gleichung macht uns Probleme:

$$x^5 + x^{10} - 20 = 0$$

Doch nach einer Substitution ist es sehr einfach: Wir ersetzen in der Gleichung oben einfach alle x^5 durch „bla". Dann steht da:

$$\mathbf{bla^5 + x^{10} - 20 = 0}$$

Im Reich der Zahlen ist aber x^{10} einfach $(x^5)^2$ und so können wir auch x^{10} ersetzen und erhalten schließlich:

$$\mathbf{bla + (bla)^2 - 20 = 0}$$

Und diese Gleichung können wir lösen! Wir suchen ja „bloß" eine Zahl „bla", die eine quadratische Gleichung löst und dafür haben wir unsere abc-Formel! Also sortieren wir mal um und schreiben:

$$\mathbf{bla^2 + bla - 20 = 0}$$

Und jetzt er bestimmen wir a = 1, b = 1 und c = –20. In die abc-Formel eingesetzt, erhalten wir also diese zwei Lösungen:

$$bla_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

Die erste Lösung lautet **4** und die zweite **–5**. Schnell eine Probe: $4^2 + 4 - 20$ ist wirklich Null, prima.

–5 kannst du ausprobieren, indem du in die Gleichung $\mathbf{bla^2 + bla - 20 = 0}$ für bla eben **–5** einsetzt!

Nun haben wir aber erst die Gleichung mit „bla" gelöst. Eigentlich ist „bla" ja x^5 gewesen, oder? Um aus dem „bla" ein „x" zu machen, muss ich zurück übersetzen („resubstituieren"). Ich muss die fünfte Wurzel aus 4 ziehen und erhalte mit dem GTR eine Lösung (einfach **4^(1/5)** eingeben!), die etwa 1,32 entspricht. Testen wir dieses Ergebnis mit unserer ersten Gleichung, so wird der Ausdruck

$$\mathbf{x^5 + x^{10} - 20}$$

wirklich Null!!! (mit gerundetem 1,32 wird der Ausdruck etwa 0,07)

Auch das zweite Ergebnis -5 kann man zurückübersetzen und die fünfte Wurzel daraus wird laut GTR halt (gerundet) x = 1,38. Auch diese Zahl löst die Gleichung

$$\mathbf{x^5 + x^{10} - 20 = 0.}$$

Ist doch nicht so schwer, oder?

In der Schule ist es noch einmal leichter; in den Kursstufenklausuren tauchen eigentlich NUR x^4 und x^2 auf, also muss man immer x^2 neu bezeichnen. Damit es keinen Ärger mit Kollegen gibt, solltet ihr vielleicht auch nicht „bla" nehmen, sondern einfach „u"... aber mathematisch gesehen ist es völlig egal!!!

ACHTUNG: Beim Rückübersetzen aus der dann betretenen „u-Welt" können Lösungen „verloren gehen". Denn hast du zum Beispiel $u_1 = -4$ und $u_2 = 9$ als Lösungen gefunden, dann übersetzt u_1 sich nicht mehr zurück, weil es keine Wurzel aus einer negativen Zahl gibt. Macht aber nix! Die zweite Lösung $u_2 = 9$ „doppelt" auf, denn die Wurzel aus 9 bringt sowohl +3 als auch –3 hervor!