EI 10c M 2009-10	MATHEMATIK Probearbeit zur 5. Arbeit - Wahlteil	GTR

Im Wahlteil darfst du deinen GTR verwenden!

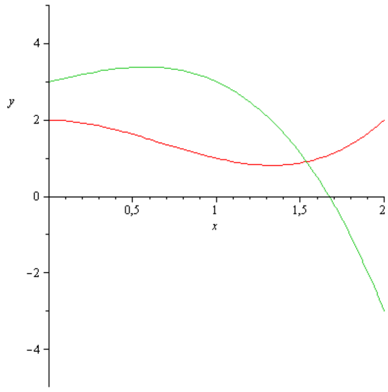
Aufgabe 3

Ein Werkstück aus Metall wird in einer computergesteuerten Fräse gefertigt. Man gibt dort die Randkurven an (Einheiten in cm). Es wurden diese beiden eingegeben:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2 \quad \text{und} \quad g(x) = -x^3 + x + 3$$

Gefräst wird von x = 0 bis x = 1,5. Das Werkstück soll nicht dicker als 15 mm sein. Überprüfe das!

Die Randkurven begrenzen das Werkstück. Am besten macht man sich erst einmal im GTR ein Bild davon, indem man f und g als Y1 und Y2 eingibt und das WINDOW entsprechend einstellt:

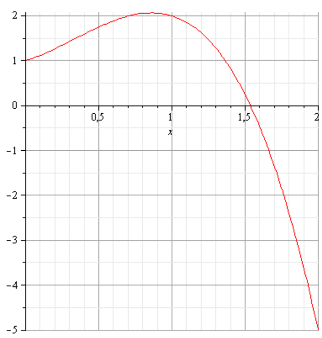


Dabei muss man darauf achten, welche Kurve oben und welche unten liegt. Am besten schaltet man einfach eine der beiden Kurven aus (bspw. bei Y1 aufs = fahren und ENTER drücken). Dann erkennt man, dass f die rote und g die grüne Kurve ist.

Nun soll das Werkstück nicht dicker als 15 mm sein bzw. als 1,5 cm (Achtung: Einheiten!). Die Dicke ist aber gerade die Differenz der y-Werte bzw. der Funktionswerte. Also bildet man die Differenzfunktion g – f (weil g oberhalb liegt!) und erhält:

$$g(x) - f(x) = (-x^3 + x + 3) - (x^3 - 2x^2 + 2) = -x^3 + x + 3 - x^3 + 2x^2 - 2$$

Diese Differenzfunktion gibt man als Y3 in den GTR ein und untersucht sie auf das globale Maximum. Bereits beim GRAPH lässt sich aber schon erkennen, dass die Funktionswerte über die 2 wachsen, also ist das Werkstück deutlich dicker als 1,5 cm!



Aufgabe 4

Bei einem Tennisturnier soll jeder gegen jeden Spielen. Es nehmen 20 Personen am Turnier teil. Wieviele Spiele müssen abgehalten werden? Ein Spieler ist besonders stark und hat gegen jeden anderen Teilnehmer eine Gewinnwahrscheinlichkeit von 95%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er das Turnier ungeschlagen verlässt?

Es ist die Anzahl aller Paare einer 20-elementigen Menge zu finden. Das liefert aber gerade der Binomialkoeffizient $\binom{20}{2}$. Als Ergebnis erhält man dann 190 Spiele, denn 20! und 18! kürzen sich bis auf die Faktoren 20 und 19. 2! ist nun einmal einfach 2 und so ergibt sich 380/2=190.

[Man hätte es auch so lösen können, dass ja der erste Spieler gegen 19 spielt, der zweite noch gegen 18 usw. bis auf den vorletzten Spieler, der noch ein Spiel zu spielen hat. So ergeben sich 19 Summanden mit einem Wert von je 20…]

Die Wahrscheinlichkeit, ungeschlagen zu bleiben, beträgt 0.95^{19}, was etwa 0,38 entspricht oder 38%. Gar nicht so hoch, wenn man bedenkt, dass er zu 95% ein Spiel gewinnt!