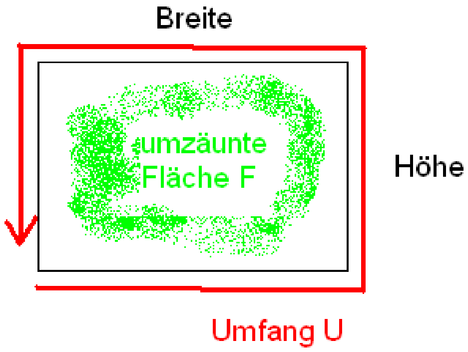
EI 10c M 2009-10	MATHEMATIK # Anwendungsaufgaben 1	

Hier findest du die Aufgaben „Claim“ und „Hühnergehege“ ausführlich gelöst! Die Hühneraufgabe beginnt auf Seite 2 unten!

CLAIM-AUFGABE:**
Als Siedler im WW (Wilder Westen) bekommst du 10 km Zaun von der Regierung gestellt. Damit darfst du dir deinen claim in einem Rechteck (es gab vier Pflöcke) abstecken. Natürlich willst du die umzäunte Fläche maximieren!

Das ist eine erste Anwendungsaufgabe zu dem bisher behandelten Stoff. Ich erläutere meine Vorgehensweise. Es gibt zig andere Lösungen!!!

Zuerst einmal fertige ich mir eine einfache Skizze (="informative, aber schlampige" Zeichnung) an. Etwa so:



So. Ich suche jetzt also eine maximale Fläche. Die hängt aber von Breite und Höhe, wie in der Skizze zu sehen ist, ab, es gilt ziemlich simpel:

$$F(Höhe, Breite) = Höhe \cdot Breite$$

Schon jetzt nerven die Wörter etwas, daher führen wir einfach Abkürzungen ein. Wir definieren:

$$x \text{ als } Höhe \qquad \text{und} \qquad y \text{ als } Breite$$

Beides geben wir sinnvollerweise in Kilometern an! Damit schreibt sich die erste Formel viel einfacher:

$$F(x,y) = x \cdot y \qquad (1)$$

Nun haben wir aber noch eine zweite Bedingung, wir haben ja nicht beliebig viel Zaun zur Verfügung, es gibt „nur“ 10 km, was wir auf den kompletten Umfang U verteilen:

$$10 = U(x,y) = x + y + x + y = 2x + 2y$$

Denn das Rechteck hat ja zwei Seiten x und zwei Seiten y…

Gut. Wie geht es weiter?! Ich habe hier zwei Unbekannte x und y und zwei Gleichungen dazu. Wie immer löse ich eine nach (beispielsweise) x auf, setze in die zweite Gleichung das Ergebnis für x ein und bin schon fertig:

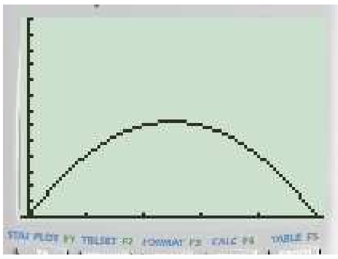
$$10 = 2x + 2y \Rightarrow x = 5 - y \qquad (2)$$

Gleichung (2) in Gleichung (1) und es ergibt sich:

$$F(x,y) = (5-y) \cdot y = -y^2 + 5y = F(y)$$

Das war's schon. Das ich hinten noch F(y) schreibe und nicht mehr F(x,y) liegt daran, dass diese Funktion nicht mehr von x abhängt! Es ist die sogeannte Flächeninhaltsfunktion, die angibt, wie groß die eingezäunte Fläche in Abhängigkeit der Zaunbreite ist.

Wie finde ich aber die ideale Breite des Zauns? Einfach indem ich mir die Kurve im GTR anzeigen lasse (und dabei den WINDOW-Bereich vernünftig wähle!) und mittels <Maximum> nachschaue (oder über die Symmetrie bei der Parabel gehe):

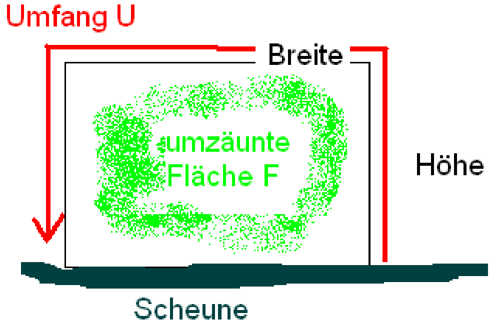


Also ist bei x=2,5 (km) die umzäunte Fläche maximal. y findet man natürlich auch sofort, es gilt ja Gleichung (2) und somit ist auch y=5-x=2,5! Also war das Quadrat die ideale Lösung für den claim und das hattet ihr ja auch gewusst!

HÜHNERGEHEGE-BAU:**

Nachdem du dich im WW erfolgreich als Siedler durchgeschlagen hast, wird es Zeit, ein Leben als Farmer zu beginnen. Auch Hühner lohnen sich, sie geben Eier und einmalig eine gute Suppe. Daher suchst du in der Scheune nach Resten des Zaunes und findest noch 100m (die konnten wir damals wegen einer Felswand einsparen). Nun möchtest du auch das Gehege möglichst groß einzäunen, denn eine artgerechte Haltung ist Pflicht. Um morgens direkt Zugriff auf die Eier zu haben, wird das Gehege an die Scheune angebaut (Länge der Scheune: 110m) und du baust wieder ein rechteckiges Gehege.

Hier wieder eine Skizze:



Sieht ziemlich ähnlich aus! Wieder benennen wir die Höhe mit x und die Breite mit y. Stellen wir schnell die Gleichung für den Umfang auf:

$$100 = U(x, y) = x + y + x = 2x + y$$

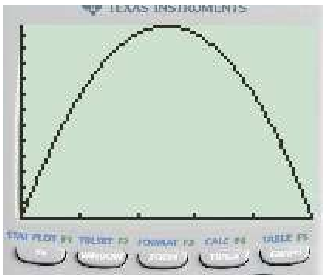
Jetzt lösen wir beispielsweise nach y (probiere einmal den anderen Weg mit x) auf:

$$100 - 2x = y \qquad (3)$$

Diese neue Gleichung (3) setzen wir wieder in (1) ein, denn die gilt ja immer noch:

$$F(x, y) = x \cdot (100 - 2x) = -2x^2 + 100x = F(x)$$

Sieht ziemlich gleich aus wie in der CLAIM-AUFGABE, mal sehen:



Dieses Mal liegt die Nullstelle bei x=50 (na klar, dann ist mit der Höhe schon alles aufgebraucht, weil es ja zwei Seiten x gibt). Und wir finden sofort, dass das Maximum bei x=25 liegt. Hier also ist die Einteilung Breite = 25m und Höhe damit 50m ideal. Überraschend!

Zusatz: Falls du Probleme mit der Anzeige der Parabel hast, liegt das am WINDOW! Denn die umzäunte Fläche ist mit 1250m² doch schon sehr groß. Am besten probiert man am WINDOW herum; erst einmal würde ich x zwischen 0 und 50 festlegen und y zwischen 0 und 10. Dann klappt es ja nicht, also erhöhe ich y auf 100, wieder nix, auf 1000, ich sehe schon was, auf 2000, alles zu sehen, aber weniger ginge auch und dann vielleicht 1500 und super…