

Aufgabe 1:

Eine radioaktive Substanz zerfällt bei einer Masse von 2,6 g mit einer Zerfallskonstanten von $0,74/\text{Tag}$.

- Wie groß ist die Halbwertszeit? Wie groß ist die mittlere Lebensdauer (Zeit, in der die Anfangsmenge A auf den Wert A/e reduziert wird)?
- Wie viel Substanz ist nach 5 Tagen übrig?

Aufgabe 2:

Die Geschwindigkeitskonstante k für eine chemische Reaktion sei gegeben durch eine Arrhenius-Abhängigkeit $k(T) = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ (E_a = Aktivierungsenergie, T = Temperatur, $R = 8,314 \text{ J}/(\text{K mol})$ = ideale Gaskonstante).

- Bestimmen Sie den präexponentiellen Koeffizienten A und die Aktivierungsenergie E_a aus den Angaben: $k(300 \text{ K}) = 2,8 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ und $k(900 \text{ K}) = 4,2 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$.
- Bei welcher Temperaturerhöhung verzehnfacht sich die Reaktionsgeschwindigkeit im Vergleich zu Raumtemperatur (298 K), wenn die Aktivierungsenergie 110 kJ/mol beträgt?
- Skizzieren Sie die Temperaturabhängigkeit von k in einem Schaubild $\ln k = f(1/T)$. Geben Sie y-Achsenabschnitt und Steigung an.

Aufgabe 3:

Für $x \in \mathbb{R}$ und ein festes $t \in \mathbb{R}$ mit $t > 0$ sei eine Funktionenschar durch $f(x) = t(1 - \sin(x))$ gegeben.

- Welche gemeinsamen Eigenschaften haben die Funktionen $f(x)$ für unterschiedliche Auswahl von t ?
- Wie hängt der Wertebereich der Funktionen $f(x)$ von t ab?
- Eine Gerade g schneidet $f(x)$ im Punkt $P\left(\frac{5}{6}\pi, 2\right)$ und die y -Achse bei -3. Bestimmen Sie die Geradengleichung von g sowie den Parameter t für diese Funktion $f(x)$.
- In welchen Intervallen ist die Funktion $f(x)$ umkehrbar? Geben Sie für ein gewähltes t die Umkehrfunktion von $f(x)$ an. Skizzieren Sie Funktion und Umkehrfunktion.

Aufgabe 4:

Leiten Sie die folgenden Beziehungen aus den Rechenregeln für Winkelfunktionen her:

- $2 \cos x \sin y = \sin(x + y) - \sin(x - y)$
- $1 + \tan^2 x = 1/\cos^2 x$

Leiten Sie aus den Definitionsgleichungen der Hyperbelfunktionen her:

- $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$
- $\sinh(-x) = -\sinh(x)$