

Aufgabe 1:

Gegeben sind folgende Polynome in Summenform $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$. Zerlegen Sie $P(x)$ nach dem Fundamentalsatz der Algebra in die Produktform $P(x) = a_n \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i) = a_n (x - \alpha_1) \cdot \dots \cdot (x - \alpha_n)$:

a.) $P(x) = 3x^2 - 4x$

b.) $P(x) = x^2 + 6x + 5$

c.) $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ (Hinweis: eine Nullstelle ist $\alpha_1 = 1$).

Geben Sie die Nullstellen der Polynome an.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die rationale und die echt gebrochene rationale Funktion, deren Summe die folgende gebrochene rationale Funktion ergibt:

a) $f(x) = \frac{x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 11x + 4}{x^2 + 2x + 3}$

b) $g(z) = \frac{z^8 - 3z^6 - 3z^5 + 9z^3 + 2z^2 - 4z}{z^3 - 3z}$

Aufgabe 3:

Zerlegen Sie die folgenden Funktionen in Partialbrüche:

a.) $g(x) = \frac{2x^2 + 7x}{(x-1)(x+1)^2}$

b.) $f(x) = \frac{1}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$

(Hinweis: Vergleichen Sie mit Aufgabe 1c)

Aufgabe 4:

Von einem Polynom 3. Grades $f(x)$ sei folgendes bekannt: Es ist symmetrisch zum Ursprung, eine Nullstelle liegt bei $x = -3$, ist streng monoton fallend bei $x = 3$ und habe an der Stelle $x = -1$ einen Betrag von 1 ($|f(-1)| = 1$). Fertigen Sie eine Skizze des Polynoms an und bestimmen Sie das Polynom in Normalform.