

## 6. Übung zur Mathematik für Biologen 1 (WS 2005/06)

### Aufgabe 6.1:

(6 Punkte)

Zu  $0 \leq \lambda < 1$  betrachten wir die Funktion  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f(\theta) = \frac{1}{\sin \theta} (1 - \lambda \cos \theta)$$

Dieses  $f$  beschreibt den Strömungswiderstand bei der Verzweigung eines Blutgefäßes in Abhängigkeit des Winkels  $\theta$ . Der Parameter  $\lambda$  stellt hierbei das Verhältnis der Radien der beiden Blutgefäße zur Potenz 4 dar ( $\lambda = (r_2/r_1)^4$ ).

- (i) Man berechne die erste und zweite Ableitung dieser Funktion.
- (ii) Man bestimme ein lokales Minimum.
- (iii) Wie lautet der Winkel, bei dem der Strömungswiderstand global minimiert wird?

### Aufgabe 6.2:

(5 Punkte)

(a) Man berechne die Taylorentwicklungen der Funktion  $\cos(x)$  an der Stelle  $x = 0$ .

(b) Zeigen Sie, dass für die Approximation der zweiten Ableitungen durch den Differenzenquotienten

$$D_h^{(2)} f(x) := \frac{1}{h^2} (f(x+h) - 2f(x) + f(x-h))$$

für eine viermal stetig differenzierbare Funktion  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:

$$|f''(x) - D_h^{(2)} f| \leq \frac{1}{12} h^2 \sup_{y \in (a,b)} |f^{(4)}(y)|$$

### Aufgabe 6.3:

(6 Punkte)

Man bestimme Stammfunktionen zu folgenden Funktionen in ihrem jeweiligem Definitionsbereich:

- (a)  $\sqrt{x}$
- (b)  $\frac{2}{5\sqrt[4]{x}}$
- (c)  $\frac{1}{\cos^2(x)}$

**Abgabe:** Di., den 6. Dezember 2005, vor der Vorlesung.