

4. Übung zur Mathematik für Biologen 1 (WS 2005/06)

Aufgabe 4.1:

(4 Punkte)

Man zeige, dass die folgende Folgen Nullfolgen sind:

$$(a) \quad a_n = \frac{n^{10}}{n!} \quad , \quad (b) \quad a_n = \frac{10^n}{n!}$$

Aufgabe 4.2:

(6 Punkte)

Man zeige, dass die folgenden Funktionen in ganz \mathbb{R} stetig sind, indem man sie auf bekannte Klassen stetiger Funktionen zurückführt:

$$(a) \quad f(x) = e^{\sqrt{|x|}+3}$$
$$(b) \quad f(x) = \frac{1 - |x|}{1 + x^2 + \sqrt{x^4 + 1}}$$
$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{wenn } x > 0 \\ e^x & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 4.3:

(6 Punkte)

Man beweise die Korrektheit folgender Aussagen:

- (a) Jedes Polynom der Gestalt $p(x) = x^n - \alpha$ mit $\alpha \geq 0$ hat mindestens eine reelle Nullstelle.
(b) Eine stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$, mit $a < b$, hat mindestens einen sogenannten Fixpunkt, d.h. es existiert ein $x \in [a, b]$ mit $f(x) = x$.

Aufgabe 4.4:

(4 Punkte)

Man veranschauliche folgende "Meßergebnisse" (Zeitpunkt und Konzentration) durch eine Grafik mit geeigneter Achsenskalierung und ermittle daraus einen "möglichst guten" funktionalen Zusammenhang:

Zeit	Konzentration
0,5	0.1
2	11
3	42
4	111
5	238

Abgabe: Di., den 22. November 2005, vor der Vorlesung.