

3. Übung zur Mathematik für Biologen 1 (WS 2005/06)

Aufgabe 3.1: (4 Punkte)

Man zahle jährlich (jeweils zum 1.1) einen Betrag x auf ein Konto ein, das mit einem Zinsfuß von 3 % verzinst wird. Nach 20 Jahren möchte man den gleichen jährlichen Betrag x wieder kontinuierlich abheben. Wie lange hält das Kapital?

Aufgabe 3.2: (6 Punkte)

Wir betrachten das diskrete logistische Wachstumsgesetz zur Geburtenrate $g \geq 0$, Sterberate $s > 0$ und einem Wettbewerbseffekt $b \geq 0$:

$$a_{n+1} = a_n(1 + g - s) - ba_n^2$$

- (i) Man zeige, dass $a = \frac{g-s}{b}$ einen Gleichgewichtspunkt beschreibt.
- (ii) Wie läßt sich das Gesetz sinnvoll abändern, damit keine negativen Werte für a_n auftreten können?
- (iii) Man entscheide ob die Folge konvergiert, divergiert und/oder periodisch oszilliert, für den Fall $b = 0$.

Aufgabe 3.3: (6 Punkte)

Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz:

- (i) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$
- (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{(-n)^n}$
- (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^2-3n+1}$

Aufgabe 3.4: (4 Punkte)

Man untersuche mit $h = \frac{1}{n}$ folgende Folgen auf Konvergenz:

- (i) $\frac{4h - h^2}{3h}$
- (ii) $\frac{(x+h)^2 - x^2}{2h}$

Abgabe: Di., den 15. November 2005, vor der Vorlesung.