

vorweg

Das ist der schwierigste Text, denn er wird unvollständig sein.

Mit obigen Grundbegriffen kann man erstmal wenig anfangen. Wendet man sie aber konsequent auf Konkretes an, dann lassen sich sehr nützliche Sätze bilden. Damit sind allgemeingültige Aussagen gemeint, welche uns viel Information bei einem vorgegebenem Problem bringen können.

Um nämlich erfolgreich ein Modell aufzustellen, muss man nacheinander folgendes klären:

Ist das Problem eindeutig? Existiert eine Lösung, welche ebenfalls eindeutig ist? Wie lautet die Lösung? Für die letzten beiden Punkte kann folgendes hilfreich sein:

Folgen

Die geometrische Folge $a_n = q^n$ konvergiert für $|q| < 1$. Für $q = 1$ ist es eine konstante Folge, also liegt auch Konvergenz vor. Für $|q| = -1$ haben wir eine oszillierende Lösung, die Folge hüpfert.

Die arithmetische Folge $a_n = n$ ist ganz einfach divergent.

Für Folgen gibt es oft auch (manchmal nur) implizite Darstellungen, für die obige arithmetische lautet diese: $a_0 = 0, a_{n+1} = a_n + 1$.

Man kann aus diesen beiden einfachen Folgen durch Addition, Multiplikation mit Konstanten, Quadratur usw. sehr komplexe Folgen aufbauen, die dann aber alle auf die beiden obigen zurückführbar sind.

Reihen

Bei Reihen kann man über die geometrische Reihe summieren. Für die oben gilt dann für den Grenzwert $g = \frac{1-q^n}{1-q}$. Für $|q| < 1$ gilt insbesondere $g = \frac{1}{1-q}$.

Will man wissen, ob eine vorgegebene Reihe konvergiert, dann hat man folgende Kriterien zur Verfügung:

Quotientenkriterium, Wurzelkriterium, Leibnizkriterium, Majorantenkriterium und Minorantenkriterium.

Funktionen

Die wichtigsten Funktionstypen wurden ja bereits aufgeführt.

Man sollte jedoch wissen, welche Funktionen schneller wachsen bei wachsendem x . Das ist insbesondere beim Untersuchen von Folgen-Grenzverhalten wichtig. In steigender Wachstumsgeschwindigkeit: $\ln(x)$, x^n , $\exp(x)$, $x!$, x^x .

Differentialrechnung

Ist eine zusammengesetzte Funktion abzuleiten, dann darf man das mit Hilfe dieser beiden Regeln tun:

Produktregel: $(uv)' = u'v + v'u$, Kettenregel: $(u(v(x)))' = u'(v(x)) \cdot v'(x)$.

Integralrechnung

Hier drehen sich die beiden Regeln der Differentiation einfach um. Es gilt:

Produktintegration: $\int(u'v) = uv| + \int(v'u)$ und Kettenregel $\int(u'(v) \cdot v') = uv|$.

Dabei ist zu bemerken, dass die Kettenregel hier eine Kunst ist wie die Integration überhaupt. Man muss hier oft noch die Grenzen beachten und auch noch auf uneigentliche Integrale aufpassen. Manchmal kann man über eine Singularität integrieren, ob im x- oder im y-Bereich, ohne dass das Integral unendlich gross wird. Als Erinnerungstütze: Integrale haben wir als Summen eingeführt und ich kann unendlich oft immer die Hälfte von 1 usw. addieren und lande doch nur bei der 2!