Aufgabe 1

Hier löst man die quadratische Gleichung natürlich mit einer der bekannten Lösungsformeln.

Ginge das hier nicht, dann würde man es mit Polynomdivision versuchen können.

Letztlich bestimmt man meist mittels Näherungsverfahren die Nullstellen. Denn die exakte Lösung ist meist nicht so wichtig.

Aufgabe 2

Erst einmal sollte man sich über Schranken klar sein. Dazu lest ggf. *Der Mengenbegriff* weiter unten auf der Homepage. Dann ist es leicht.

Bei der ersten Funktion handelt es sich um eine nach oben geöffnete, verschobene Parabel. Also gibt es außer Unendlich keine oberen Schranken. Nach unten ist die Funktion aber sicher beschränkt, denn für große wie kleine Werte für x divergiert sie und hat aber eine gleichbleibende Krümmung.

Letzteres meint anschaulich: Wenn wir auf der Kurve Auto fahren, dann lassen wir das Lenkrad immer links eingeschlagen und müssen nicht umlenken, was übrigens einen *Wendepunkt* implizieren würde.

Wie finden wir nun das Minimum? (*): Das liegt sicher dort, wo eine Änderung im x-Wert eine *positive* Änderung (einen Zuwachs!) im Funktionswert bringt. Und das in beide Richtungen.

Die Änderung ist aber die Ableitung, wem das nicht klar ist, lese den Text *Differentialrechnung*.

Von Links kommend verlieren wir also an y-Wert (Änderung negativ $\Rightarrow$ Ableitung kleiner Null), dann gewinnen wir wieder (Ableitung positiv). Da die Ableitung hier stetig ist, muss die Ableitung auch einmal Null durchlaufen haben.

Und an diesem Punkt haben wir genau unsere gewünschte Minimumseigenschaft (*) und nur an diesem, man denke nach!

Mal platt gesagt: Vergesst den Mist mit der Tangente aus der Schule, das oben ist der wahre Grund. Das dann die Tangente in dem Punkt der Wert der Ableitung ist, ist für mich völlig unerklärbar, wenn ich das obige nicht weiß. Glauben kann ich es natürlich, ich habe es in der Schule auch so hingenommen...

Jetzt sollte der Lösungsvorschlag ausreichend sein... Vielleicht kurz zur (ii):

Also f(x) ist zusammengesetzt aus der 1 und einem Restterm. Der Restterm ist eine Wurzel. Wurzeln sind bei uns immer nur auf $\mathbb{R}^+$ definiert und positiv. Das ist alles.

Aufgabe 3

(a) und (b) sollten ausreichend beschrieben sein. Es ist hier wirklich besser, es sich mit Abhängigkeiten zu überlegen, dafür ist die Aufgabe nämlich da. Natürlich kann man sie auch unter zusätzlichen Annahmen ausrechnen, aber in der Physik wie auch Chemie wie auch der Biologie ist es wichtig, in Größenordnungen denken zu lernen.

Versuchen wir es gerade nochmal in Worten:

Wir haben sicher keinen Stau im Gefäßsystem, sonst wäre die Aterie schnell kaputt. Auch kann nicht mehr abfließen als reinkam... *Anmerkung: in der Physik sagt man, die Divergenz vom Fluß ist Null, das habt Ihr vielleicht schon einmal gehört.* Das ist der Ansatz: In beiden Teilsystemen muss dieselbe Menge (Blut) in selben Zeiten transportiert werden!

Also schauen wir uns die Formel für so eine Menge M mal an: Stellt Euch einen Fluß vor, von mir aus den Neckar. Ihr schiebt einen Zirkusreifen senkrecht ins Wasser und anstelle dass ein Löwen hüpft, fließt halt Wasser durch. Der Reifen ist unsere Aterie und das Wasser das Blut.

Nun ändert sich der Durchfluß doch mit dem Radius R, oder? Denn ein kleiner Reifen, durch den weniger Wasser spült hat ja weniger Querschnittsfläche als ein großer. Also ändert sich unsere Menge mit R^2 (Quadrat weil Fläche!). Das ist aber noch nicht alles. Denn wir hatten oben in gleichen Zeiten gleiche Mengen Durchfluß gefordert. Aber dann hängt der Durchfluß auch von der Fließgeschwindigkeit v ab. Ist Hochsommer und der Neckar plätschert träge vor sich hin, ja dann würde bei unserem Experiment weniger durch den Reifen fließen als wenn der Schmelzwasser führende Frühjahrsneckar, der schnell fließt, da wäre. Also hängt unsere Menge M zum einen von R^2 und von v ab. Dieses v ist nach Skript, denn da steht die Formel, wiederum proportional zu R^2. Insgesamt ist die Abhängigkeit $M \propto R^4$ gefunden!

Der Rest ist einfach, obwohl es bisher nicht so wahr... Wir gehen zu unserer Startbedingung „Gleiche Mengen in gleichen Zeiten“ zurück und finden:

$$M(a_1, R_1) = 2 \cdot M(a_2, R_2)$$

Wobei hier der Faktor zwei deshalb auftaucht, weil wir ja zwei kleine Gefäße haben. Den Rest entnehmt den Lösungsvorschlägen!

Aufgabe 4

Wird auf Aufgabenblatt 3 nachgeholt!

Aufgabe 5

Erst einmal wieder Klarheit bei den Begriffen schaffen!
Also lest *Der Funktionsbegriff.*

(i) $f(x) = x^2 + 2$ hat die hier angegebenen und über alle drei Eigenschaften entscheidenden Definitions- und Wertebereiche. Das sie entscheidend sind, muss klar sein!

Da die Zweierpotenz das Vorzeichen killt (*Gerade Funktion*), gibt es keine negativen Funktionswerte, insbesondere gilt $f(x) \geq 2$ für alle x.
Da der Wertebereich genau der eben beschriebenen Menge entspricht, sind wir schon fertig:

(i) hat Surjektivität, aber keine Injektivität, denn -x landet auf demselben Wert wie x, es gilt ja $f(-x) = f(x)$. Auch kann keine Bijektivität vorliegen.

(ii) ist schwieriger und man macht sich das so oft beste und einzige Mittel bei einem komplexen Problem zunutze: man zerlegt es.

Erstmal $x^2 + x$. Das ist eine Parabel und die ist nicht unbedingt injektiv, man denke an (i)! Das sie es doch ist, liegt am hier günstigeren Definitionsbereich: x startet bei Null und läuft dann gegen Unendlich. Da der Scheitelpunkt bei $S(-0.5| - 0.25)$ liegt, ist diese Parabel für alle $x \geq -0.5$ injektiv, denn man zerschneidet die Parabel sozusagen an der Spiegelstelle. Insbesondere ist damit $x^2 + x$ für $x \in \mathbb{R}^+$ injektiv. Surjetivität liegt auch vor, denn das Minimum ist zwar bei $x = -0.5$, da es aber aus dem $\mathbb{D}_f$ genommen ist und danach die Funktion wächst, ist das Randextremum bei $M(0|0)$.
Nun läuft also das Argument unter der Wurzel von 0 bis nach Unendlich. Wir kennen das Verhalten der Wurzel in diesem Fall; sie beginnt bei 0, steigt streng monoton und unbeschränkt an und bleibt damit injektiv und auf $\mathbb{R}^+$ auch surjektiv. Injektiv, denn es gilt für alle Funktionswerte folgendes: (1):
$x_1 \leq x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$, woraus insbesondere folgt: $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$, denn sonst gäbe es einen Widerspruch zu (1)!