| 9 | **Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler II (SS 07)** |
|---|---|
| | Prof. J. Warnatz, Dr. W. Bessler |

**Aufgabe 1:**

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & a & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

a.) Bestimmen Sie $a \epsilon \mathbb{R}$ so, dass $A^{-1} = A^T$ gilt.

b.) Zeigen Sie, dass für dieses $a$ alle Spaltenvektoren der Matrix $A$ orthogonal zueinander sind.

**Aufgabe 2:**

a.) Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

b.) Wieviele der folgenden vier Vektoren sind linear unabhängig ?

$$\vec{a} = (2,1,0,3), \vec{b} = (1,1,-1,0), \vec{c} = (4,3,-2,3), \vec{d} = (-1,-1,1,0)$$

**Aufgabe 3:**

Berechnen Sie die Lösung der folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe von Determinanten (Kramersche Regel).

a.)

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 &= 2 \\ 3x_1 + x_2 &= 4 \end{aligned}$$

b.)

$$\begin{aligned} 5x_1 + 5x_2 &= 10 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 &= 20 \end{aligned}$$

**Aufgabe 4:**

Untersuchen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + \alpha_1 x_2 &= 2 \\ 4x_1 + x_2 &= \alpha_2 \end{aligned}$$

auf Lösbarkeit (Zahl der Lösungen, Ausdrücke für die Lösungen) in Abhängigkeit von $\alpha_1$ und $\alpha_2$.