

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die zu A gehörende transponierte (A^t) und inverse (A^{-1}) Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie die gefundene inverse Matrix durch Multiplikation mit A .

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$A = (-15), \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 5 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 4 \\ -4 & -3 & 1 & 4 & -2 \\ 7 & -3 & 2 & -1 & 4 \\ 8 & 6 & -2 & -8 & 4 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3:

Wenden Sie die in der Vorlesung angegebenen Rechenregeln für Determinanten auf die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

an, um sie in die Form

$$\alpha |E| \quad (E \text{ ist Einheitsmatrix, } \alpha \in \mathbb{R})$$

zu überführen. Geben Sie für jeden Schritt die Umformung an! Was ist α ?

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass für die reguläre Matrix A gilt:

$$|A| = \frac{1}{|A^{-1}|}$$