7	**Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler II (SS 07)** Prof. J. Warnatz, Dr. W. Bessler

Aufgabe 1:

Der Ortsvektor eines Teilchens in Abhängigkeit von der Zeit t sei gegeben durch $\vec{r} = \vec{r}(t) = (t^2, -2t, t^2 + 2t)$.

a.) Zeigen Sie, dass sich das Teilchen durch den Punkt $(4, -4, 8)$ bewegt. Was ist der Zeitpunkt?

b.) Berechnen Sie den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ und den Beschleunigungsvektor $\vec{a}$ als Funktion der Zeit t. Berechnen Sie den Wert der Geschwindigkeit und Beschleunigung (also den Betrag der Vektoren) am Punkt $(4, -4, 8)$.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie für $\vec{r} = (x, y, z)$ den Gradienten grad f der folgenden Skalarfelder:

a.) $f(\vec{r}) = x^3 y^3 z$

b.) $f(\vec{r}) = x^2 y + \frac{1}{2} xyz + yz^2$

c.) $f(\vec{r}) = \gamma m M \frac{1}{|\vec{r}|}$

Berechnen Sie die Divergenz div $\vec{F}$ und die Rotation rot $\vec{F}$ der folgenden Vektorfelder:

d.) $\vec{F}(\vec{r}) = (x, y, z)$

e.) $\vec{F}(\vec{r}) = (y^2, z^2, x^2)$

f.) $\vec{F}(\vec{r}) = -\gamma m M \frac{1}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$ (Gravitationskraft)

Aufgabe 3:

Sei $F(x, y, z) = x^2 y + \frac{1}{2} xyz + yz^2$. Sind die folgenden Ausdrücke berechenbar? Falls ja, berechnen Sie sie explizit.

a.) rot (grad F)

b.) rot (div F)

c.) div (grad F)

d.) div (rot F)

Aufgabe 4:

Eine Platte wird in der Mitte erhitzt, so dass sie dort die konstante Temperatur T_0 aufweist. Die Temperatur auf der Platte sei gegeben durch

$$T(x, y) = \frac{T_0}{4 + x^2 - 2x + 2y^2 + 4y} \tag{1}$$

a.) Wo befindet sich das Maximum der Temperatur? Was ist die Maximaltemperatur? Wie sehen die Linien gleicher Temperatur (Niveaulinien) aus? Skizzieren Sie schematisch (d.h. ohne absolute Achseneinheiten).

b.) Was ist die Temperatur im Punkt (2,1)? In welcher Richtung nimmt die Temperatur an diesem Punkt am stärksten ab?