

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Biologen 2
 Dr. Maria Neuss-Radu

1. Ein Chemielaborant macht folgendes Experiment: Am „nullten“ Tag stellt er zwei Messbecher bereit. Im ersten Messbecher (B1) befindet sich 1 Liter Zuckerlösung bestehend aus Wasser und 20 Gramm Zucker. Im zweiten Messbecher (B2) befinden sich 3 Liter reines Wasser. Nun soll er ab dem darauffolgenden Tag jeden Morgen folgende Prozedur wiederholen:

1. Schritt: Er nimmt aus B1 und B2 je 10 ml Lösung.
2. Schritt: Er gibt die aus B1 entnommene Lösung in B2 und die aus B2 entnommene Lösung in B1 und rührt dann beide Lösungen gut um. Wir bezeichnen mit u_n die Masse an Zucker (gemessen in Gramm) in B1 am Tag n , nach dem Mischen, und entsprechend mit v_n die Masse an Zucker in B2. Der Zustand am Tag n wird also durch den Spaltenvektor $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$ dargestellt.

- (a) Bestimmen Sie das System von Rekursionsgleichungen, welche die Entwicklung von $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$ beschreibt.
- (b) Besitzt dieses System von Rekursionsgleichungen eine Lösung von der Form $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \end{pmatrix}$, mit $\bar{u}, \bar{v} \in \mathbb{R}$? Was ist die praktische Bedeutung einer solchen Lösung?

2. Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & & = & 1 \\ 3x_1 & + & 9x_2 & + & 10x_3 & + & x_4 & + & 2x_5 & = & 0 \\ & & + & 2x_2 & + & 7x_3 & + & 3x_4 & - & x_5 & = & 2 \\ 2x_1 & + & 8x_2 & + & 12x_3 & + & 2x_4 & + & x_5 & = & 1 \end{array}$$

- (a) Lösen Sie das dazugehörige homogene Gleichungssystem indem Sie die Lösungsmenge mit Hilfe einer Basis angeben.
- (b) Lösen Sie das inhomogene Gleichungssystem.

3. Bestimmen Sie die Menge der Matrizen A , mit der Eigenschaft

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4. Bestimmen Sie den Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass das System

$$\begin{aligned} \alpha x + 2y &= 0 \\ x + (\alpha + 1)y &= 0 \end{aligned}$$

eine nichttriviale Lösung besitzt.

Abgabetermin: Montag, 30. 05. 2005, 16 Uhr, in den Fächern im Flur des
Instituts für Angewandte Mathematik, INF 294.