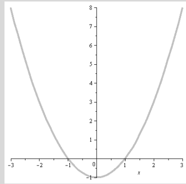
EI 10c M 2009-10	MATHEMATIK Übersicht Parabeln	

Wir haben verschiedene Parabeldarstellungen kennen gelernt. Im folgenden eine Übersicht mit Bemerkungen.

STATION 1*:

Darstellung	Parabelart	Form	Vorteile
$y = ax^2 + bx + c$	Allgemeine Parabel	allgemeine Darstellung	*Siehe unten!*
$y = x^2 + bx + c$	Normalparabel	Spezialfall a=1	*Siehe unten!*
$y = f \cdot (x - c)^2 - d$	Allgemeine Parabel	allgemeine Scheitelpunktform	*Siehe unten!*
$y = (x - c)^2 - d$	Normalparabel	Spezialfall f=1	*Siehe unten!*
$y = a \cdot (x - s)(x - t)$	Allgemeine Parabel	faktorisierte Form	*Siehe unten!*
$y = (x - s)(x - t)$	Normalparabel	Spezialfall a=1	*Siehe unten!*

In der Übersicht findet sich die allgemeine Form, die Scheitelpunktform und zuletzt die neue faktorisierte Form. Nun kommen die Vorteile der einzelnen Formen:

Vorteile der allgemeinen Darstellung:
Die allgemeine Darstellung ist brauchbar, wenn man noch gar nichts über die Parabel weiß und einen ersten Ansatz braucht. Sind dann bsp. drei Punkte gegeben, muss man nur noch drei **Punktproben** durchführen. Am Faktor **a** erkennt man, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist. Außerdem ist die allgemeine Darstellung immer Zwischenetappe zwischen den beiden anderen Formen.

Vorteile der allgemeinen Scheitelpunktform:
In der Scheitelpunktform lässt sich sofort der Scheitelpunkt ablesen! Hier: **S(c|d)**. **f** ist der **Streckfaktor**. Ist **f=1**, liegt eine Normalparabel vor, für **f<0** ist die Parabel nach unten geöffnet, für **f>0** nach oben. Vergleicht man die Buchstaben dieser Form mit denen der allgemeinen Form, dann stellt man sofort fest, dass **f = a** gilt! *Wichtig ist, dass das **c** der Scheitelpunktform nicht dasselbe ist wie das **c** in der allgemeinen Darstellung!*

Vorteile der faktorisierten Darstellung:
Hier kann man die **Nullstellen** direkt ablesen; bei uns wären diese x-Werte **s** und **t**. Der Grund ist einfach; ein Produkt von Zahlen ist genau dann Null, wenn (mindestens) einer der Faktoren Null ist. Setzt man für **x=s** ein, so wird sofort die erste Klammer zur Null, bei **x=t** ist es die zweite!

ÜBUNGSBEISPIEL*:
Nun wollen wir die Formen an einem Beispiel ineinander überführen. Gegeben sei <u>die nach oben geöffnete Normalparabel mit Nullstellen 1 und 3</u>. Ziel soll der Scheitelpunkt sein. Probiere zuerst selbst! Wir wählen zu Anfang die faktorisierte Form mit **a=1** und setzen für **s=1** und für **t=3** an:

$$\boldsymbol{y = 1 \cdot (x - 1)(x - 3)}$$

Jetzt multiplizieren wir aus und gelangen so zur allgemeinen Darstellung:

$$y = 1 \cdot (x-1)(x-3) = x \cdot x + x \cdot (-3) + (-1) \cdot x + (-1) \cdot (-3)$$

Es ergibt sich schnell

$$y = x^2 - 4x + 3$$

Wir haben die allgemeine Form erreicht und lesen **a=1** (klar!), **b=$-$4** und **c=3** ab. Jetzt bestimmen wir den Scheitelpunkt. Dafür müssen wir über die quadratische Ergänzung von der erreichten allgemeinen Form zur Scheitelpunktform:

$$y = x^2 - 4x + 3 \qquad \left| + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 - \left(\frac{-4}{2}\right)^2\right.$$

$$y = x^2 - 4x + 3 + 2^2 - 2^2 = (x^2 - 4x + 4) + 3 - 4 = (x-2)^2 - 1$$

Und wir haben die Scheitpunktform gefunden. Es ist S(2|-1), was Du schnell mit dem GTR überprüfen kannst.

INFO:
In der Arbeit muss die quadratische Ergänzung *nur für Normalparabeln* durchgeführt werden. Die möglichen Umformungsrichtungen für allgemeine Parabeln sind daher diese:

allgemeine Scheitelpunktform ⇒ allgemeine Darstellung ⇔ faktorisierte Form

Dabei geht man von der allgemeinen Darstellung zur faktorisierten Form über den Umweg der abc-Formel; man bestimmt die Nullstellen und setzt diese in die faktorisierte Form ein. *Dabei nicht vergessen, das a zu übernehmen!*

ÜBUNG*:
Wandele die Gleichung dieser faktorisierten Normalparabel in die Scheitelpunktform um:

$$y = (x+2)(x-1)$$

ÜBUNG*:
Wandele die Scheitelpunktform dieser Parabel in die faktorisierte Form um:

$$y = 2(x-1)^2 - 3$$