

In dieser Stunde haben wir die beiden Fälle der vorausgegangenen Stunde besprochen und die Bedeutung einer Nullzeile besprochen. Außerdem haben wir aus „Faulheit“ die Kurznotation der Matrixschreibweise eingeführt.

Tafelbild

Wir kamen nach den Umformungen des Gaußverfahrens auf diese Gleichungen:

$$\begin{array}{l} (1) \\ (4) \\ (6) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & -7 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \text{ „Nullzeile“}$$

Hier bringt (6) keine Info!

$$(4): 0x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 4$$

$$-7x_2 = 4 - 4x_3$$

Setze $x_3 = t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow x_2 = -\frac{4 - 4x_3}{7}$$

$$\Rightarrow x_3 = t, x_2 = -\frac{4 - 4t}{7}$$

Man rollt sozusagen das Feld von hinten auf, genauso wie das auch mit einer echten Lösung beim Gaußverfahren war! Hat man x_2 (und $x_3 = t$) bestimmt, dann setzt man dies in Gleichung (1) ein und erhält den Lösungsvektor x (siehe rechte Tafelseite):

$$(1): 3x_1 - 1 \cdot \left(-\frac{4-4t}{7} \right) + 4 \cdot t = 1 - 4t$$

$$3x_1 + \frac{4-4t}{7} = 1 - 4t \quad | -\frac{4-4t}{7}$$

$$3x_1 = 1 - 4t - \frac{4-4t}{7}$$

$$= 1 - 4t - \frac{4}{7} + \frac{4}{7}t = 1$$

$$3x_1 = \frac{3}{7} - \frac{24}{7}t \quad | :3 \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4-4t}{7} \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ \frac{4}{7} + \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix}$$

Diesen Lösungsvektor kann man dann noch „sortieren“ und zwar nach normalen Zahlen und Vielfachen von t . Die beiden Teile spaltet man in zwei Vektoren auf (das geht wegen der einfachen Vektoraddition) und schließlich zieht man beim zweiten Vektor das t nach vorne (denn alle Einträge haben diesen Faktor ja gemeinsam). Es ergibt sich (anschaulich klar) eine Geradengleichung!

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4-4t}{7} \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t \\ -\frac{4}{7} + \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{8}{7}t \\ \frac{4}{7}t \\ t \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{8}{7} \\ \frac{4}{7} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{1}{7} - \frac{8}{7}t$$

Dann gab es die HA:

HA: \rightarrow Bestimme die Lösungsmenge!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 2 \\ 3 & 1 & 2 & | & 1 \\ 4 & 1 & 3 & | & 3 \end{pmatrix}$$

\rightarrow S. 267, 4c

\rightarrow S. 314, 9a & 10

\rightarrow 2. Fall alleine durchrechnen!

Zur Aufgabe 4c haben wir schon die passende Matrix notiert:

$$\begin{pmatrix} (1) & 1 & 2 & 3 & | & 4 \\ (2) & 2 & 0 & 1 & | & 3 \\ (3) & 0 & -4 & -5 & | & -5 \end{pmatrix}$$

Das ist ja gerade der Witz vom Gaußverfahren; mit ihm lassen sich geometrische Schnittprobleme ziemlich einfach lösen!