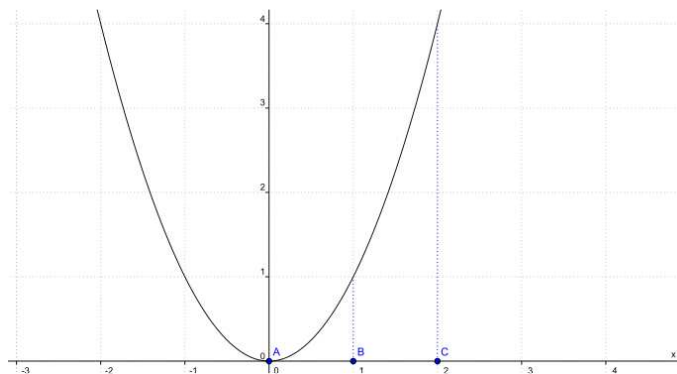


Dieser Text soll helfen, den Aufgabentyp A5 des Abi-Pflichtteils besser lösen zu können!

Wiederholung: „Grafisches Ableiten“

Grafisches Ableiten war relativ einfach. Man hat das Schaubild von f gegeben und soll f' zeichnerisch ermitteln. Das geht mit der „**Wanderer erklimmt einen Berg**“-Vorstellung sehr gut. Ein imaginärer Wanderer läuft das Schaubild ab und dieser notiert sich die Steigungen in jedem Punkt. Dabei bedeutet geradeausgehen (also es geht nicht hoch oder runter), dass die Ableitung Null ist. Anstiege sind positive f' -Werte und Gefälle sind negative f' -Werte. Umso steiler, umso größer sind die f' -Werte. Ob sie positiv oder negativ sind, hängt davon ab, ob es hoch- oder runtergeht. Ein Beispiel:



Wir wandern eine Parabel ab. Zuerst geht es steil bergab, also notieren wir große, aber negative Werte für f' . Dann wird es immer „angenehmer“, da flacher; die f' -Werte nähern sich der Null. Im Ursprung (hier Punkt A) erreichen wir die Talsohle. Keine Steigung, also $f'=0$. Dann geht's bergauf; positive f' -Werte. Da es steiler und steiler wird, wachsen diese Werte immer weiter. Insgesamt haben wir eine Ursprungsgerade von links unten nach rechts oben! Wer es nicht glaubt, gibt $Y=X^2$ in seinen GTR ein und schreibt in Y2 die Ableitung rein.

Umgekehrter Fall

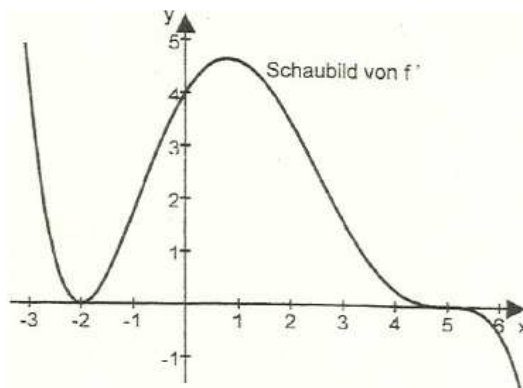
Wir gehen jetzt vom umgekehrten Fall aus. Wir wissen nur Angaben wie „es geht steil bergauf“, „es geht leicht bergab“, „Plateau erreicht“ usw. Dadurch weiß der Wanderer dann, wie er zu laufen hat und so kann man natürlich aus den Steigungen einen Weg konstruieren. Wobei der Wanderer irgendwo zu starten hat und das ist beliebig (das ist die Integrationskonstante ;-)).

Schauen wir uns das mal an einer Abiaufgabe an. Wir wählen willkürlich **Aufgabe A5 aus PT 2006**. Die Aufgabe ist auf der nächsten Seite!

Aufgabe 5 (Abitur 2006 – Pflichtteil)

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f .

Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



- (1) Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt
- (2) Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.
- (3) Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y -Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.
- (4) $f(0) > f(5)$

Es gibt hier gleich etwas sehr Wichtiges zu bemerken:

Hier wird das Schaubild von f' angegeben und die Fragen beziehen sich auf f .

Das gleiche ist es, wenn das Schaubild von f gegeben wäre und es wird zu F gefragt. Denn „ f' “ verhält sich zu f'' wie „ f “ zu F'' !

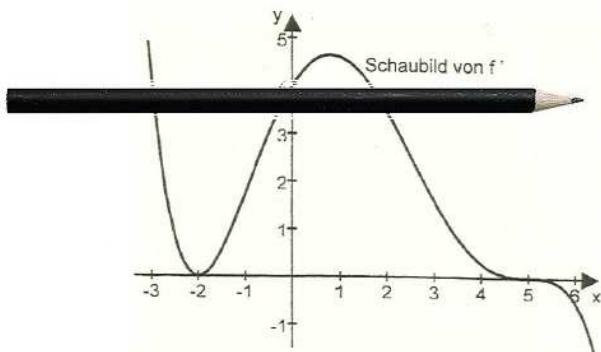
Vorstellung zum Verständnis der Aufgabe

f' gibt die Steigung von f an. Positive f' -Werte bedeuten eine steigende Funktion f , negative f' -Werte bedeuten eine fallende Funktion f . Große positive Zahlen sind dann bspw. ein steiler Anstieg von f .

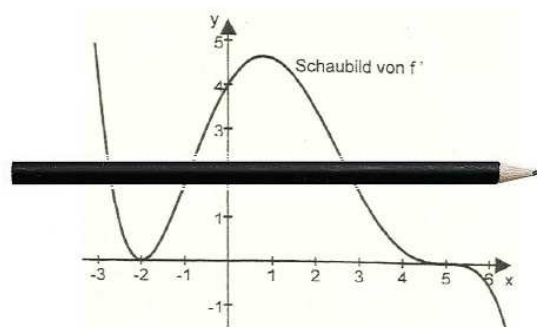
Bei Nullstellen von f' ist das „Plateau“ erreicht; normalerweise nur in einem Punkt. Das ist dann entweder ein Sattelpunkt oder ein Hoch- bzw. Tiefpunkt.

Schieber ersetzt Wanderer

Du kannst dir das Schaubild von f' wie einen Schieber vorstellen. Bspw. an der Stelle $x=0$ ist der Schieber auf $f'=4$ eingestellt. Links davon geht der Schieber runter, rechts davon hoch. Den Schieber kannst du visualisieren, indem du einen Stift parallel zur x -Achse anlegst, etwas so:



Schieber für $x=0$ auf 4 eingestellt



Schieber für $x=-1$ auf 2 eingestellt

Das Praktische am Schieber ist, dass man nun gut sehen kann, was der wann Wanderer zu tun hat: Bei $x=-1$ muss er bergauf, denn der Schieber ist oberhalb der x -Achse (positive Werte = Anstieg). Er muss aber weniger steil bergauf, als bspw. bei $x=0$, denn da ist der Schieber weiter von der x -Achse entfernt (je weiter weg, desto steiler).

Es kommt in dieser Vorstellung auf den **Abstand von Schieber zur x -Achse** an!

Damit können wir alle Aufgabenteile lösen. Wir beginnen mit (1):

Hier ist gleich mal ein Druckfehler, es muss „bei $x=-2$ “ heißen!

Wir betrachten also die Stelle $x=-2$ und legen den Schieber auf die x -Achse, denn der Wert von f' ist hier ja gerade Null. Kein Abstand Schieber – x -Achse ist gleichbedeutend mit keiner Steigung oder Plateau erreicht! Hier könnte also sehr wohl ein Tiefpunkt liegen.

Wie erreichte der Wanderer das Plateau? Vorher war der Schieber etwas oberhalb der x -Achse, es ging also bergauf. Danach ist der Schieber wieder oberhalb der x -Achse, es geht weiter bergauf. Unserer Wanderer ging also gemütlich bergauf, als er in einem Punkt ein Plateau erreichen konnte, um dann weiter bergauf zu gehen. **Das ist kein Wendepunkt, sondern ein Sattelpunkt!**

Wir schauen noch (4) an: $f(0)$ ist angeblich größer als $f(5)$. f kennen wir ja nicht!

Aber als Wanderer bedeutet das, dass wir an der Stelle $x=0$ weiter oben sind, als bei $x=5$. Es sollte also dazwischen bergab gegangen sein.

Der Schieber verrät uns aber, dass wir bei $x=0$ bergauf gingen (sogar ziemlich steil), denn er ist oberhalb der x -Achse. Und das bleibt so auch die ganze Zeit bis zu $x=5$. Erst danach geht es bergab, da der Schieber unterhalb der x -Achse ist. Mit anderen Worten; bei $x=5$ gibt es sogar einen Hochpunkt. **Da es von $x=0$ immer nur bergauf ging, muss $f(0)$ kleiner sein als $f(5)$ und nicht größer. Damit ist die Behauptung falsch!**