| EI 9a<br>2011-12 | MATHEMATIK<br># 1. Arbeit – Lösungen | $\frac{100}{\frac{5}{3}} = 100 \cdot \frac{3}{5}$ |
|---|---|---|

**1. Aufgabe – OHNE GTR!** **(5 Punkte)**
Vereinfache!

a) $(6 \cdot 10^4) + (3 \cdot 10^7)$ b) $(6 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^7)$ c) $(6 \cdot 10^4) \div (3 \cdot 10^7)$ d) $20^{10x} \div 5^{10x}$

**Zu a): Wegen dem Plus kann man nur zusammenfassen, wenn die Hochzahlen übereinstimmen, was sie nicht tun. Man kann allerdings 60.000 mit 70.000.000 addieren, was 70.060.000 ergibt.**

**Zu b): Hier steht ein Malpunkt und weil die Basen gleich sind, kann man 6 mal 3 =18 und $10^4$ mal $10^7$ = $10^{11}$ zusammenfassen! Man erhält $18 \cdot 10^{11}$ oder $1{,}8 \cdot 10^{12}$.**

**Zu c): Geteilt bedeutet 6/3 = 2 und $10^4$ durch $10^7$ (Achtung mit der Klammer!!!), also $10^{-3}$. Insgesamt also $2 \cdot 10^{-3}$ = 0,002.**

**Zu d): Hier hat man gleiche Hochzahlen und daher kann man das Geteilt so verarbeiten: $(20/5)^{10x} = 4^{10x}$.**

**2. Aufgabe – OHNE GTR!** **(5 Punkte)**
Vereinfache die folgenden Ausdrücke!

a) $300^0 \cdot 0^0$ b) $0{,}3^3$ c) $y^4 \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^3 - 2y$ d) $\frac{x^2 \cdot 2^x \cdot 3^y}{x^3 \cdot y^3 \cdot 2^{-x}}$

**Zu a): Irgendeine Zahl hoch 0 ist 1. Also 1·1=1.**

**Zu b): 0,3·0,3·0,3=0,09·0,3=0,027. Oder man zerlegt in $0{,}1^3 \cdot 3^3 = 0{,}001 \cdot 27$ und findet wieder 0,027.**

**Zu c): $y^4 = y \cdot y^3$, das ist klar. Dann kann man aber $y^3$ mit $(1/y)^3$ kürzen! Übrig bleibt y-2y=-y.**

**Zu d): Oben gibt es $x^2$, unten $x^3$. Ein x bleibt unten übrig. Oben $2^x$, unten $2^{-x}$. Das wird oben zu $2^{2x}$. Die $y^3$ bzw. die $3^y$ bleiben unangetastet. Insgesamt ergibt sich also $(2^{2x} \cdot 3^y)/(xy^3)$.**

**3. Aufgabe – OHNE GTR!** **(3 Punkte)**
Erläutere in einem Satz, was der Unterschied zwischen den beiden Zahlen $(-2)^3$ bzw. $(-2^3)$ ist! Und was ist der Unterschied zwischen den beiden Zahlen $(-2)^4$ und $(-2^4)$?

**Die beiden Zahlen sind identisch; es kommt in beiden Fällen -8 heraus. Allerdings ist im ersten Fall (-2) · (-2) · (-2) zu rechnen. Im zweiten Fall ist 2·2·2 zu rechnen mit einem Minus vornedran! „Zufällig" kommt aber das gleiche heraus.**

**Bei $(-2)^4$ und $(-2^4)$ gibt es dann einen echten Unterschied; während die hintere Klammer völlig überflüssig ist (hier ist $2^4=16$ zu rechnen und dann ein Minus vornedran zu setzen), bewirkt die vordere Klammer, dass $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$ gerechnet wird.**

**4. Aufgabe – MIT GTR!** **(3 Punkte)**

Stelle mit nur drei Ziffern von 1-9 eine möglichst große Zahl dar!!! *Tipp: die Potenzschreibweise ist erlaubt, genauso wie das Setzen von Klammern!*

**Hier muss man 9 hoch $(9^9)$ wählen: $9^{(9^9)}$. Nur mit der Klammer funktioniert es; denn wenn du es im GTR überprüfst, dann rechnet dieser bei $9^{9^9}$ einfach $(9^9)$ hoch 9, was $9^{81}$ ist. Mit der Klammer erzwingst du $9^9$, eine riesige Zahl. Und soviele 9er werden ja dann nochmal multipliziert!**

**5. Aufgabe – MIT GTR!** **(4 Punkte)**

Alice ist 1,50 Meter groß. Als sie einen Zaubertrank trinkt, wird sie auf die Größe eines 15cm großen Pilzes geschrumpft und erlangt so Zutritt zum Wunderland.

a) Um welchen Faktor ist Alice geschrumpft?

**1,5m = 150cm, also ist der Schrumpffaktor 10.**

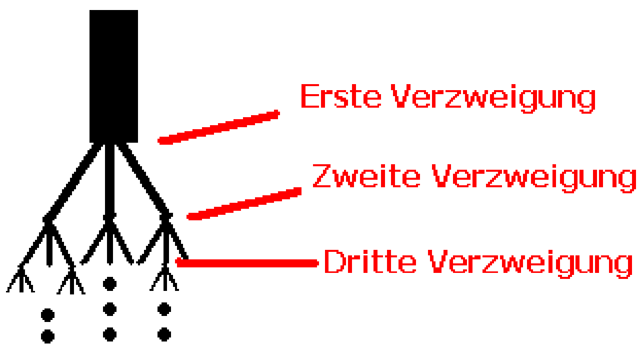
b) Alice wog vorher 40kg. Wie schwer ist sie jetzt? *Tipp: Nimm dazu an, Alice sei ein Würfel mit 1,50 Meter Kantenlänge!*

**Der Tipp kann helfen, daran zu denken, dass das Gewicht nicht alleine von der „Länge" (=Körpergröße) von Alice, sondern auch von ihrer „Höhe" und von ihrer „Breite" abhängt. Bei einem Würfel sollte das klar sein, ein Mensch ist eben auch dreidimensional. Da Alice sicher in allen drei Dimensionen um den Faktor 10 geschrumpft wurde (sonst sähe es extrem doof aus), geht ihr Volumen um einen Faktor 1000 ($=10^3$) zurück. Das Volumen entscheidet über das Gewicht und aus 40kg werden 40g.**

**6. Aufgabe – MIT GTR!** **(4 Punkte)**

Alice entdeckt im Wunderland einen seltsamen toten Baumstumpf; er ist inklusive seiner Wurzeln nur 2 Meter hoch, jedoch scheint er über unendlich viele Wurzeln zu verfügen. Der Baumstumpf verzweigt sich nämlich unten zu drei Wurzeln, fast wie bei einem Hocker. Diese sind dünner als der Stumpf und verzweigen sich nach 0,5 Metern jeweils wieder in drei Wurzeln. Diese sind wieder dünner und kürzer (25cm) und sie verzweigen sich weiter und weiter.

**Das sieht dann etwa so aus:**



**Dabei habe ich bereits bei der 3. Verzweigung aus Platzgründen nicht alle neuen „Dreierfüße" angefügt.**

a) Wieviele Wurzeln zählt Alice, wenn sie alle Wurzeln (den Stumpf nicht mitgerechnet) bis zur dritten Verzweigung durchzählt?

**Das wären dann 12 (=3+9) bzw. 39 (=3+9+27), wenn man bis zur 4. Verzweigung rechnet. Oder einfach 9 bzw. 27, denn die Formulierung ist nicht ganz eindeutig; was genau ist noch eine Wurzel? Nur die Enden?**

b) Nach welcher Verzweigung hat Alice über 1,5 Mio. Wurzeln gezählt?! Alice kann sehr schnell zählen und auch die sehr feinen Wurzeln gut unterscheiden…

**Nach der 12. Verzweigung kommen bereits 531.441 Wurzeln hinzu. Bei der 13. Verzweigung kommen über 1,5 Mio hinzu, also ist die Antwort 13.**

c) Stelle eine Vermutung an, wieso der Baumstumpf mit Wurzelwerk „nur" 2 Meter hoch ist, wenn es doch unendlich viele „Wurzelstockwerke" übereinander sind!

**1m Stumpf, 50cm erstes Wurzelstockwerk (WS), 25cm zweites WS, 12.5cm drittes WS usw.; es kommt immer die Hälfte der noch fehlenden Streckt zu 2m hinzu!!!**

**Am Anfang fehlen vom Stumpf zu 2m noch 1m. Da kommt dann auch 1/2m hinzu. Jetzt fehlen 50cm und es kommen 25cm hinzu. Es fehlen noch 25cm; es kommt die Hälfte, 12.5cm, hinzu! Daher wird diese Konstruktion NIE die 2m erreichen, aber dieser Gesamtlänge immer näher und näher und näher kommen.**