

**1. Aufgabe****(7 Punkte)**

In deiner Raketenwerkstatt misst du eine Stoßdämpferfeder mit unbekannter Federhärte aus. Du belastest sie mit verschiedenen Massen und notierst die verursachte Längenänderung  $s$ :

m (in t)	0,5	1,0	1,5	2,0
s (in mm)	4,9	9,1	14,2	18,3

- a) Rechne die verschiedenen Massen  $m$  in die entsprechenden Gewichtskräfte  $F_G$  um.

**$m=0,5t=500kg$ , was mit  $g=10m/s^2$  der Gewichtskraft  $F=mg=500kg \times 10m/s^2$  oder  $5000 \text{ kgm/s}^2 = 5000 \text{ N}$  entspricht. Man schreibt dafür auch  $5kN$  (Kilonewton). Die anderen ergebnisse sind  $10.000N$ ,  $15.000N$  und  $20.000N$ .**

- b) Bestimme jetzt die Federhärte  $D$ , indem du sie für jeden Messpunkt berechnest und aus den so erhaltenen vier Werten den Mittelwert bildest.

**Zuerst berechnen wir die vier Federhärten aus den vier Wertepaaren. Es gilt  $F=Ds$  oder eben  $D=F/s$ . Dabei muss  $s$  in Meter umgerechnet werden! Ein Millimeter ist  $1/1000$  Meter oder  $0,001m$ . Wir runden auf ganze Newton:**

$$D_1 = 5.000N/0,0049m = 1.020.408 \text{ N/m}, D_2 = 10.000N/0,0091m = 1.098.901 \text{ N/m}$$

$$D_3 = 15.000N/0,0142m = 1.056.338 \text{ N/m}, D_4 = 20.000N/0,0183m = 1.092.896 \text{ N/m}$$

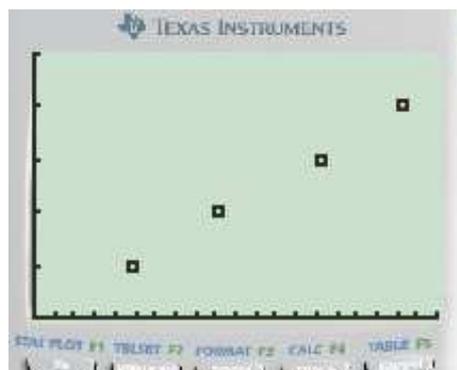
**Der Mittelwert ist das gesuchte  $D$ . Wir teilen die Summe  $D_1+D_2+D_3+D_4$  durch 4 und runden auf ganze Newton:**

$$D = 1.067.136 \text{ N/m.}$$

**Hier würde man eher  $D = 1067 \text{ kN/m}$  notieren. Anschaulich bedeutet das dann, dass erst bei einer Belastung von ca. 100 Tonnen diese Feder um 1m gestaucht werden würde! Die großen Zahlen sollten nicht verunsichern!**

- c) Trage die Messwerte in ein passendes Schaubild (x-Achse:  $s$ , y-Achse:  $F$ ) ein.

**Man kann das mit dem GTR machen: Über <STAT> und <EDIT> die Listen L1 und L2 belegen, dann in <STAT PLOT> gehen und im <GRAPH> anschauen:**



**Das überträgt man nun noch mit den richtigen Einheiten auf Papier.**

d) Kann man in diesem Schaubild D direkt ablesen?

**Das kommt drauf an... haben wir die Einheiten Newton und Meter, ist die Steigung der Geraden durch die vier Messpunkte das gesuchte D. Also geht es. Stimmen die Einheiten nicht, muss man daran denken. Und es gibt auch keine Gerade, die genau durch alle Punkte geht, aber eine ganz gute Ausgleichsgerade, die man möglichst „genau“ durch alle Punkte legt. Der GTR kann das sogar per Regression!**

## **2. Aufgabe**

**(9 Punkte)**

Wir haben im Unterricht das Fadenpendel besprochen.

a) Skizziere ein solches Pendel und trage die wichtigsten Größen ein.

**Bitte schau in den Lösungen der Probearbeit nach!**

b) Argumentiere, wieso es sich nach einer Auslenkung in Bewegung setzt.

**Bitte schau in den Lösungen der Probearbeit nach!**

c) Gib die Schwingungsdauer eines Fadenpendels mit der Fadenlänge  $l=10\text{m}$  für eine kleine Auslenkung an.

**Mit der Formel für die Schwingungsdauer und  $g=10\text{ m/s}^2$  ergibt sich sofort  $T=2\text{Pi}$  Sekunden, was etwa  $6,28\text{s}$  entspricht.**

d) Ändert sich diese Schwingungsdauer, wenn du das Fadenpendel mit einer deiner Raketen auf den Mond schießt, dort aufbaust und zum Schwingen bringst?

**Ja! In der Formel steht unter der Wurzel das  $g$  im Nenner. Dieses ist die Erdbeschleunigung, verursacht durch die riesige Masse der Erde. Auf dem Mond spürt man davon nicht mehr viel, dafür aber eine „Mondbeschleunigung“ von der (nicht so großen) Mondmasse. Sie ist etwa  $1/6$  von  $g$ :  $g_{\text{Mond}} = g/6$ . Weil das neue  $g$  kleiner ist, wird der Bruch größer. Damit wird die Wurzel größer und damit auch  $T$ . Die Schwingung wäre deutlich langsamer. Genau: Fast um einen Faktor  $2,5$ !**

## **3. Aufgabe**

**(8 Punkte)**

Die Autobahnbrücke über die Norder-Elbe wurde nach ihrer Fertigstellung in einem Versuch in Schwingung versetzt. Die Ingenieure wollten die Berechnungen der neuartigen Brückenkonstruktion überprüfen. Dazu wurde bei Flut ein Lastschiff von unten an der Brücke befestigt. Bei fallendem Wasserpegel wuchs die Zugkraft durch das Schiff, bis der Verbindungsbolzen (geplant) brach und die Brücke eine nahezu harmonische Schwingung ( $T=1,6\text{s}$ ) vollführte. Die Auslenkung  $A$  der Brückenmitte betrug vor dem Brechen des Bolzens  $5\text{cm}$ .

a) Stelle die Schwingungsgleichung auf!

**Da die Schwingung unten startet, ist es unsere vertraute Schwingungsgleichung mit dem „Minus-Cosinus“:  $s(t) = -A \cos(\omega t)$ . Nun ist  $A=5\text{cm}=0,05\text{m}$  und  $\omega=2\text{Pi}/T$  über  $T=1,6\text{s}$  bestimmt. Wir berechnen  $\omega = 3,93\text{ 1/s}$  (gerundet). Also:**

**$s(t) = -0,05 \cos(3,93t/\text{s})$ . Bitte hier aufpassen;  $s$  steht vorne für die Strecke, im Cosinus ist es nur die Einheit der Zeit. Sie kürzt sich für ein festes  $t$  dann raus...**

b) Wie hoch ist die maximale Geschwindigkeit dieser Schwingung?

**$v_{\max} = A \cdot \omega$ . Mit unseren Werten gilt:  $v_{\max} = 0,05 \text{ m} \times 3,93 \text{ 1/s} = 0,2 \text{ m/s}$  (gerundet). Das scheint nicht schnell, ist für eine Betonbrücke aber eine enorme Belastung.**

c) Bei welcher Auslenkung erfährt man auf der Brückenmitte die maximale Beschleunigung?

**Die maximale Geschwindigkeit ist im Durchgang durch die Ruhelage, die maximale Beschleunigung in den Umkehrpunkten. Das macht anschaulich Sinn: Wenn der Bolzen reißt, ist die Brücke „maximal“ gespannt und die Änderung der Position wird am schnellsten vonstatten gehen. Auch aus  $a(t)$  kann man das ableiten.**

d) Welche Geschwindigkeit hat der Beobachter nach 0,8s?

**Hier muss man in  $v(t) = A \omega \sin(\omega t)$  einsetzen mit den oben gegebenen Werten für  $A$  und  $\omega$ . Aber man kann auch überlegen: 0,8s ist die Hälfte von  $T=1,6\text{s}$ . Also ist die Schwingung „halb rum“ und ist gerade am oberen Umkehrpunkt, da sie unten gestartet ist. Dort ist die Geschwindigkeit gerade Null ... es gilt also  $v(0,8\text{s}) = 0 \text{ m/s}$ .**

#### 4. Aufgabe

(6 Punkte)

Du untersuchst ein Federpendel mit einer Masse  $m=1\text{kg}$  und einer Federhärte  $D=16\text{N/m}$ .

a) Berechne die Schwingungsdauer  $T$ .

**$T$  berechnet sich über die Formel  $T = 2\pi \times \sqrt{m/D}$  mit gegebenen  $m$  und  $D$ . Das ergibt dann gerundet  $T = 1,57\text{s}$ .**

b) Wie ändert sich diese Schwingungsdauer, wenn du eine Masse  $M=4\text{kg}$  anhängst?

**Kann man einfach wieder ausrechnen oder sich so überlegen: Unter der Wurzel steht jetzt oben eine 4. Die kann ich rausziehen. Dann steht ein Faktor  $\sqrt{4}$  hinter der alten Wurzel. Das ist aber gerade 2. Also haben wir 2 mal das alte  $T$ . Es verdoppelt sich zu  $T = 3,14\text{s}$  (übrigens exakt  $\pi$  Sekunden wg.  $\sqrt{1/16} = 1/4$ ).**

c) Konzipiere ein Federpendel mit einer Schwingungsdauer von etwa 1 Sekunde.

**Hier hat man alle Freiheiten! Das ist dann auch das Schwierige... Ich nehme mal 1kg. Dann ist (ohne Einheiten...)  $T = 2\pi \times \sqrt{1/D}$ . Nun muss  $\sqrt{1/D}$  einfach  $1/2\pi$  sein, weil dann hebt es sich mit dem Faktor  $2\pi$  auf und es bleibt 1s für  $T$  stehen. Diese Gleichung löse ich nach  $D$  auf und erhalte:**

$$\sqrt{1/D} = 1/2\pi \Leftrightarrow 1/D = 1/(4\pi^2) \Leftrightarrow D = 4\pi^2 = 40 \text{ (gerundet).}$$

**Also sollte es für  $m=1\text{kg}$  und  $D=40\text{N/m}$  etwa 1s Schwingungsdauer geben. Rechnen wir mal nach:  $T = 2\pi \times \sqrt{1/40} = 0,993\text{s}$ . Ganz gut!**

d) Ist es richtig, dass eine Schwingung mit großer Schwingungsdauer eine niedrige Frequenz besitzt? Begründe deine Antwort kurz.

**Ja, das stimmt.  $T = 1/f$ . Großes  $T$ , kleines  $f$ . Umgekehrt gilt: Großes  $f$ , kleines  $T$ . Eine hochfrequente Schwingung ist eine Schwingung mit kleiner Schwingungsdauer, also eine „schnelle“ Schwingung...**