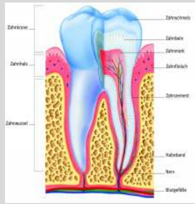
EI 8a 2010-11	MATHEMATIK 2. Arbeit – Reelle Zahlen	

1. Aufgabe **(2 Punkte)**

Fasse dich kurz!

a) Erläutere den Unterschied zwischen einer irrationalen und einer reellen Zahl.

Eine irrationale Zahl ist eine reelle Zahl, aber eine reelle Zahl nicht unbedingt irrational. Reelle Zahlen sind alle Zahlen, die wir kennen, während die irrationalen Zahlen die Zahlen sind, die sich nicht als Bruch schreiben lassen.

b) Erläutere den Unterschied zwischen einer ganzen und einer rationalen Zahl.

Eine ganze Zahl kann als Bruch (=rationale Zahl) dargestellt werden, aber ein Bruch ist nicht unbedingt ganz!

2. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gib zu den jeweiligen Aussagen mit einer kurzen Begründung an, ob sie wahr oder falsch sind!

a) Die Zahl -8,5 ist eine ganze Zahl.
b) Die Zahl 2/3 ist eine reelle Zahl.
c) 0,8080808080808080… (es geht immer so weiter!) ist eine irrationale Zahl.
d) π ist keine irrationale Zahl.
e) 0,234233442333444… (es geht immer so weiter!) ist eine rationale Zahl.
f) Jede Zahl hat zwei Wurzeln.
g) Jede rationale Zahl lässt sich als periodische Kommazahl schreiben. Daher ist 2,5 nicht rational.
h) $\frac{1}{9}$ und $0,\overline{1}$ sind nicht dieselbe Zahl, denn neunmal $\frac{1}{9}$ ist 1, aber neunmal $0,\overline{1}$ ist $0,\overline{9}$.

Zu a): Die Zahl -8,5 ist keine ganze Zahl, da sie nicht „glatt" ist. -8 oder -9 wären ganze Zahlen gewesen.
Zu b): Die Zahl 2/3 ist eine reelle Zahl, weil alle Zahlen, die wir kennen, reelle Zahlen sind!
Zu c): Da die Zahl periodisch weitergeht, muss es eine rationale Zahl sein. Dann kann es aber keine irrationale Zahl sein!
Zu d): Das stimmt nicht. Pi ist irrational, weil diese Zahl nicht als Bruch dargestellt werden kann.
Zu e): Diese Zahl ist irrational! Hinter dem Komma geht es zwar nach einem System weiter, aber das ist nicht periodisch (immer mehr 3er und 4er zwischen den 2ern).
Zu f): Das stimmt so nicht. Jede positive Zahl hat zwei Wurzeln, Null nur eine und negative Zahlen gar keine!
Zu g): Der erste Teil der Aussage stimmt, aber 2,5 kann man auch als 2,50000… auffassen. Dann ist das „2,5 Periode 0" und deswegen ist diese Zahl natürlich rational; 5/2 wäre ja ein passender Bruch!
Zu h): Im GTR sieht man, dass 1/9 wirklich 0,11111… ist. Also muss 0,99999… wirklich genau 1 sein. Das ist komisch, ist aber so.

3. Aufgabe **(3 Punkte)**

Gesucht wird eine positive Zahl x, die die Gleichung $x^2=3$ löst.

a) Gib „Startzahlen“ für eine Intervallschachtelung an.
b) Führe vier Schritte der Intervallschachtelung mit deinen Anfangszahlen durch und notiere dein Zwischenergebnis.
c) Bestimme die Abweichung deines Zwischenergebnisses zur Näherungslösung durch den GTR.

Zu a): $1^2=1$, $2^2=4$, also sollte x dazwischen liegen! 1 und 2 sind also gute Startzahlen für unsere Int.sch.!
Zu b): Eine Skizze ist am schönsten, ich schreibe hier nur die Werte auf: $1<x<2$ war der erste Schritt (siehe a)), dann geht es mit 1,5 weiter. Da $1{,}5^2=2{,}25$ ist, muss $1{,}5<x<2$ gelten. Jetzt kommt Schritt 3: $1{,}75^2=3{,}0625$. Das ist schon etwas zu viel, also muss, also muss $1{,}5<x<1{,}75$ gelten. Und damit wären wir bei 1,625 fertig.
Zu c): Die „echte“ Wurzel(3) ist ca. 1,732, also ist die Abweichung mit etwas mehr als 0,1 nicht zu groß, aber auch noch nicht winzig.

4. Aufgabe **(2 Punkte)**

Steffen hat in seinem Schulheft diese Intervallschachtelung begonnen: $2 < x < 3$, dann geht es mit $2.5 < x < 3$ und $2.75 < x < 3$ weiter. Welche Zahl x hat er gesucht, wenn x^2 eine natürliche Zahl ist?

Dass x^2 natürlich sein muss, ist hier sehr sehr wichtig! Da x zwischen 2 und 3 liegt, wird x^2 zwischen $2^2=4$ und $3^3=9$ liegen. Kandidaten wären also 5,6,7 und 8. Durch probieren findet sich nur Wurzel(8), denn das ist etwa 2,8, alle anderen Wurzeln wären kleiner als 2,75!

5. Aufgabe **(2 Punkte)**

Ziehe – wenn möglich – die Quadratwurzel (= die positive Wurzel) und bestimme damit das Ergebnis. Begründe deine Schritte!

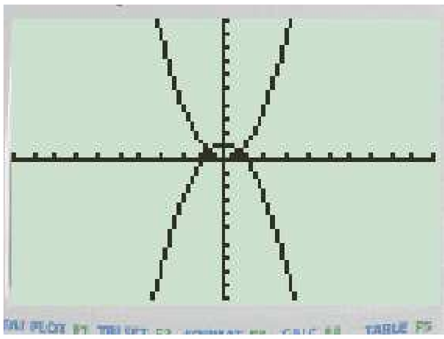
a) $\sqrt{1024}$
b) $-\sqrt{289}$
c) $\sqrt{-49}$
d) $\sqrt{1{,}69}$

Es kommen nacheinander 32, -17, keine Lösung und 1,3 heraus. Bei b) ist wichtig, dass die Quadratwurzel aus 289 erst einmal +17 ist. Dann steht aber ein Minus davor, also muss man das noch dazunehmen. Da es keine Wurzeln aus negativen Zahlen gibt, hat c) keine Lösung.

6. Aufgabe **(4 Punkte)**

a) Zeichne die Parabel $y = x^2$. Dabei nimmt x die Werte zwischen -4 und 4 an (L.E.=0,5 cm).
b) Zeichne die Parabel $y = -x^2 + 1$ in das gleiche Schaubild.
c) Worin unterscheiden sich die beiden Parabeln? Was haben sie gemeinsam?

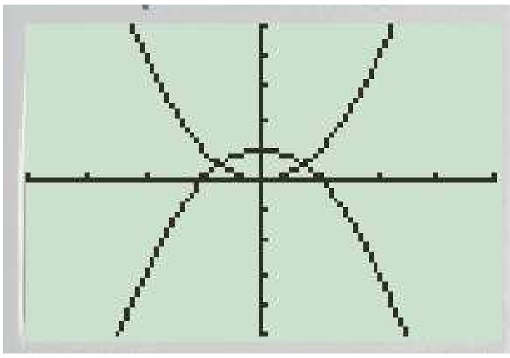
Zu a) und b): Hier muss man im GTR die Gleichung von a) in Y1 eingeben und die von b) in Y2. Mit dem Standardfenster $-10<x<10$ und $-10<y<10$ sieht das ganze dann so aus:



Das ist noch nicht so prickelnd. Der Bereich für x ist auch viel zu groß, er soll nur von -4 bis 4 gehen. Auch ist in der Mitte nicht so gut zu erkennen, was zu welcher Kurve gehört. Am besten stellt man das WINDOW mal um:

```
WINDOW
 Xmin=-4
 Xmax=4
 Xscl=1
 Ymin=-5
 Ymax=5
 Yscl=1
 Xres=1
```

Dann sieht auch das Bild viel besser aus:



Im Prinzip hat man das nur noch ins Heft zu übertragen. Für mehr Werte könnt ihr immer ins TABLE wechseln:

X	Y1	Y2
0	0	1
1	1	0
2	4	-3
3	9	-8
4	16	-15
5	25	-24
6	36	-35

X=0

und hier kann man alles auslesen, was man braucht.

Zu c): Die beiden Schaubildern sehen total gleich aus, nur ist das eine nach oben geöffnet, das andere nach unten. Sie schneiden sich schön symmetrisch und sind dabei leicht „ineinander verschoben", das macht das +1 im b)-Term.

7. Aufgabe **(4 Punkte)**

a) Zeichne ein Quadrat mit Kantenlänge 1cm. Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Quadrates? Miss die Diagonalen aus und notiere deren Längen.
b) Zeichne ein Quadrat mit der Kantenlänge $\sqrt{2}$ cm. Wie groß ist hier der Flächeninhalt? Miss die Diagonalen aus und notiere deren Längen.
c) Vergleiche die beiden Quadrate und beschreibe deine Beobachtungen, auch für die Längen der Diagonalen.

a) bis c): Auch hier verzichte ich auf ein Bild, aber ein Quadrat bekommt jeder hin. Einmal ist jede Seite 1cm lang (a), im anderen Fall (b) muss man sie alle etwa 1,4cm lang machen. Die beiden Flächeninhalte sind einfach 1cm² und 2cm². Interessant ist, dass die Diagonalen einmal ziemlich genau 1,4cm und 2cm sind.

8. Aufgabe **(3 Punkte)**

Bauer Lustig möchte für ein Hühnergehege eine 90m² große quadratische Fläche umzäunen. Er hat dafür insgesamt 30m Zaun.

a) Kann er mit diesem Zaun das geplante Gehege umsetzen? Begründe kurz.
b) Wenn er mit dem Zaun ein kleineres Gehege anlegt, das aber immer noch quadratisch ist, maximal wie groß ist dann dessen Fläche?
c) Wieviel Meter Zaun hätte Bauer Lustig gebraucht, um sein eigentliches Vorhaben umsetzen zu können?

Zu a): 30m reichen nicht, denn ein Quadrat hat 4 Seiten und jede Seite muss Wurzel(90) Meter lang sein, was etwas mehr als 9m sind. 40m hätten gereicht!
Zu b): Für die vier Seiten stehen im je 30/4=7,5m zur Verfügung. Damit kann er eine quadratische Fläche von immerhin 7,5² m² einzäunen, was etwas mehr als 56m² sind.
Zu c): Das steht fast schon in der a). Es sind viermal Wurzel(90) Meter, also ziemlich genau 40m.

Zusatzaufgabe **(2 Punkte)**

a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich: $\sqrt{3}(\sqrt{75}-\sqrt{12})$.

Hier muss man sehen, dass dies ein Produkt ist aus Wurzel(3) und der Klammer. Also werden wir das erst einmal ausmultiplizieren:

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$$

Jetzt hilft uns die Regel, dass wir bei einem Malpunkt die Wurzeln zusammenfassen dürfen. Die rechnen wir dann mit dem GTR (oder im Kopf) aus:

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{3\cdot 75}-\sqrt{3\cdot 12}=\sqrt{225}-\sqrt{36}=15-6=9.$$

b) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich: $(\sqrt{20}+\sqrt{45}):\sqrt{5}$.

Hier geht's ziemlich so wie in a):

$$\sqrt{20}:\sqrt{5}+\sqrt{45}:\sqrt{5}=\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5.$$