El 8a 2010-11	MATHEMATIK **Probearbeit zur 5. Arbeit**	**abc** **pq**

1. Aufgabe – Theorie (OHNE GTR!) **(2 Punkte)**

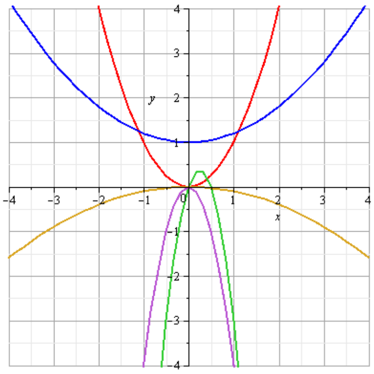
Begründe, was in der pq- oder abc-Formel (deine Wahl!) passiert, wenn die Parabel gar keine Nullstellen hat. Schließlich liefern beide Formeln immer x_1 und x_2!

Die Zahl unter der Wurzel wird kleiner Null. Dann gibt es keine Zahlen x1 und x2 und damit auch keine Nullstellen!

2. Aufgabe – Parabel-Streckbank (OHNE GTR!) **(3 Punkte)**

Ordne den Termen die richtigen Parabeln zu. Ohne zu Rechnen!

$y=x^2$, $y=-6x^2+3x$, $y=-0.1x^2$, $y=0.2x^2+1$, $y=-4x^2$



rot = x^2, blau = $0.2x^2+1$ (wegen +1 um 1 nach oben verschoben und die einzige, die kein Minus vor dem x^2 hat).

lila und grün müssen die mit $-6x^2$ bzw. mit $-4x^2$, weil sie „schmaler" als die rote Parabel x^2 sind. $y=-4x^2$ hat den Scheitelpunkt im Ursprung. Damit ist die lila und die andere grün. Die gelbe ist „gestreckt" und damit ist es $-0.1x^2$.

3. Aufgabe – Scheitelpunkt aus Nullstellen 1 (OHNE GTR!) **(3 Punkte)**

Du kennst die Nullstellen einer Parabel. Beschreibe ein Verfahren, wie du rechnerisch und per Hand den Scheitelpunkt finden kannst.

Ich bestimme mit der pq-Formel (oder der abc-Formel) die Nullstellen x1 und x2. Dann ist der Scheitelpunkt bei x1+x2 geteilt durch 2. Dann setze ich diesen x-Wert in den Term der Parabel ein und erhalte den y-Wert. Fertig ist der Scheitelpunkt!

4. Aufgabe – Scheitelpunkt aus Nullstellen 1 (OHNE GTR!) **(3 Punkte)**

Bestimme mit dem in Aufgabe 3 beschriebenen Verfahren den Scheitelpunkt der Parabel p mit der Gleichung $y = -6x^2 + 3x$.

Hier kann man auch Ausklammern! Dann muss man „nur" $0 = x \cdot (-6x+3)$ lösen und findet x1=0 und durch $-6x+3=0$ noch x=0.5. Da wir aber gerade abc/pq-Formel üben, nehme ich mal die pq-Formel:

$0 = -6x^2+3x$. Vor dem x^2 steht -6 und das ist doof. Also teile ich durch -6 und das gibt dann $0 = x^2-0.5x$. Nun ist vor dem x^2 nur noch 1. Vor dem x steht das p und damit p=-0.5. Da keine Zahl dabei steht, muss q=0 sein! Wir setzen ein:

x1 = $-p/2$ + wurzel aus $(p/2)^2-q = -(-0.5)/2$ + wurzel aus $0.25^2-0 = 0.25$ + wurzel aus 0.25^2. Die Wurzel aus 0.25^2 ist aber gerade 0.25. Und so ist x1=0.25+0.25=0.5. Und x2 ist dann x2=0.25-0.25=0. Das Ergebnis hatten wir auch oben!

Jetzt suchen wir die Mitte von x1 und x2, weil der Scheitelpunkt immer auf der Symmetrieachse der Parabel liegt. x1+x2 ergibt 0.5, davon die Hälfte ist x=0.25. Das setzen wir jetzt in $y=-6x^2+3x$ ein und das gibt $-6*0.25^2+3*0.25 = -0.375+0.75 = 0.375$ und der Scheitelpunkt ist damit (0.25|0.375). Im Bild zu Aufgabe 2 ist das übrigens die grüne Kurve und man kann sehen, dass der Scheitelpunkt wirklich so liegt.

5. Aufgabe – abc oder pq?! (OHNE GTR!) **(6 Punkte)**

Löse die folgenden Gleichungen nach x auf!

a) $x^2+4x-21=0$ b) $(x+2)^2=25$ c) $7x(x+3)=0$ d) $10 - 5x = 5x^2$

Zu a): p=4, q=-21. p/2=2, $(p/2)^2=4$ und damit ist x1=-2+wurzel(4-(-21))=-2+5=3 und x2=-2-5=-7.

Zu b): Entweder kannst du hier mit der 1. Binomischen Formel auflösen oder ausmultiplizieren. Danach geht's mit der abc-oder pq-Formel weiter. Aber man kann sich die Lösung auch direkt überlegen: Wenn x=3 ist, dann ist 3+2=5 und $5^2=25$. Also muss x1=3 sein. Und mit x=-7 ist wieder -7+2=-5 und $(-5)^2=25$! Also x2=-7.

Bei c) kann man x=0 und x=-3 ablesen (Satz vom Nullprodukt). Man kann auch ausmultiplizieren und kommt auf $7x^2+21x=0$ bzw. $x^2+3x=0$.

Und d) muss man erst einmal umstellen: $10-5x=5x^2$ wird zu $10-5x-5x^2=0$, wenn man auf beiden Seiten $5x^2$ abzieht. Danach sortieren wir die linke Seite noch nach x^2, dann x und dann die Zahl: $-5x^2-5x+10=0$. Mit der abc-Formel ist a=-5,b=-5 und c=10. Mit der pq-Formel muss man nochmal durch -5 teilen und hat dann $x^2+x-2=0$ zu lösen: p=1 und q=-2 liefert x1=-0.5+wurzel aus (2.25) = -0.5+1.5=1 und x2=-2.

6. Aufgabe – jetzt mit GTR **(2 Punkte)**

Bestimme die Nullstellen der quadratischen Funktion mit dem Funktionsterm

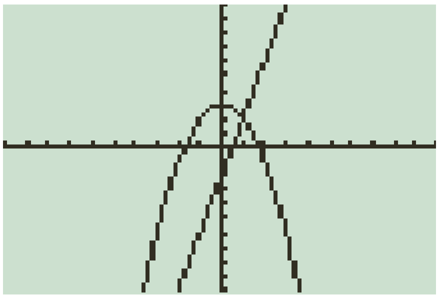
$$y = x^2 - 2x - 6$$

Das ist die gleiche Aufgabe, wie wir sie die ganze Zeit lösen. Nur „auf Schlau" gestellt. „quadratische Funktion" nennt man Parabeln auch. Wieso, das kommt noch. Also p=-2 und q=-6. x1=1+wurzel(7) bzw. x2=1-wurzel(7). Oder man gibt den Term bei Y1 ein und löst mit CALC.

7. Aufgabe – Gerade schneidet Parabel (OHNE GTR!) **(2 Punkte)**
Die Parabel p mit $y = -x^2+3$ schneidet die Gerade g mit $y=4x-2$.

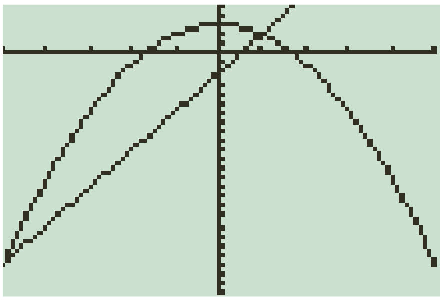
a) Skizziere die beiden Kurven im selben Schaubild.

Wir geben die beiden Terme in Y1 und Y2 ein und schauen uns das mit einem geeigneten WINDOW an:



b) Bestimme die Schnittpunkte!

Einen Schnittpunkt sieht man gut (etwa bei 1 oder 2), den anderen sieht man nicht, denn der liegt unten links außerhalb des angezeigten Bereichs! Mit einem größeren WINDOW (aber nur in den y-Koordinaten!) sieht man den dann auch:



Dabei habe ich x=-5 bis x=5 eingestellt und y von -25 bis 5. So sieht man beide Schnittpunkte. CALC und INTERSECT liefern x1=1 und x2=-5.

Man kann das auch rechnerisch lösen und zwar, indem man die beiden Gleichungen gleichsetzt:

$$-x^2+3 = 4x-2$$

Sortiert man diese Gleichung um, also macht man -4x und +2 auf beiden Seiten, ergibt sich:

$$-x^2-4x+1=0$$

Man hat das Problem der Schnittpunkte auf ein Problem von Nullstellen „zurückgeführt" und das können wir gut lösen!

8. Aufgabe – Knobeln 1 **(2 Punkte)**
Ein Würfel hat eine Oberfläche von 54 cm².

a) Wie lang ist eine Kante?
b) Wie lang ist eine Diagonale einer Würfelfläche?

54cm² für 6 seiten macht 9cm² für eine Seite. Eine Kante hat die Länge x, für die $x^2=9$ gilt und damit ist x=3. Die Diagonale ist dann 3 mal Wurzel(2) cm lang.

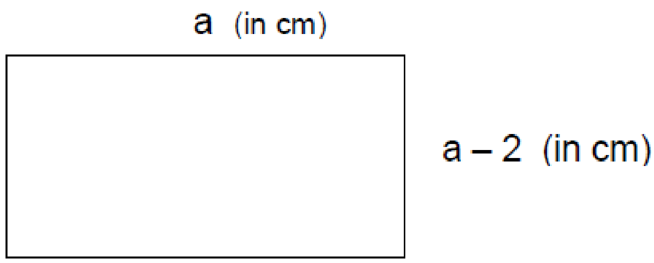
9. Aufgabe – Knobeln 2 **(2 Punkte)**
Das Produkt zweier aufeinander folgender ganzer Zahlen ist um 11 größer als ihre Summe. Wie lauten die beiden Zahlen?

Nennen wir die Zahlen x und y. Dann ist y gerade $x+1$. Nun soll $xy=x(x+1)$ um 11 größer sein als $x+y=x+(x+1)=2x+1$. Also muss $2x+1+11=x(x+1)$ sein. Umgeformt ist das $2x+12=x^2+x$ und wir bringen alles nach rechts: $0 = x^2-x-12$. Mit einer Lösungsformel oder dem GTR findet sich $x=4$ und damit $y=5$.

10. Aufgabe – Knobeln 3 **(2 Punkte)**
Liegt der Punkt P(3|2) auf der Parabel p mit p: $y=-x^2+3x-1$?

Das kann man überprüfen mit einer Punktprobe: Wir setzen $x=3$ in $y=\ldots$ ein und schauen, ob auch $y=2$ raushüpft. Wenn ja, liegt der Punkt auf der Parabel, wenn nein, dann halt nicht… $-3^2+3*3-1=-9+9-1=-1$. Leider nicht ☺

Zusatzaufgabe **(2 Punkte)**
Der Flächeninhalt des unten gezeigten Rechtecks beträgt 29,25 cm². Wie groß ist die Zahl a ?!



Also a mal (a-2) soll 29,25 ergeben. Heißt also, dass $a(a-2) = 29{,}25$ sein soll bzw. $a^2-2a = 29.25$ oder $a^2-2a-29.25 = 0$. Das lösen wir mit dem GTR (oder abc oder pq) und erhalten $x1=6.5$ und $x2=-4.5$. Damit muss $a=6.5$ cm sein, weil eine negative Länge macht ja keinen Sinn!