

**1. Aufgabe – Zahlbereiche****(3 Punkte)**

Fass dich kurz!

- a) Erläutere den Unterschied zwischen einer natürlichen und einer ganzen Zahl.

Natürliche Zahlen sind alle Zählzahlen, also 1,2,3,4 usw. Manchmal wird auch die Null dazu genommen. Die ganzen Zahlen umfassen zusätzlich die Null sowie die negativen Zählzahlen, also -1,-2 usw.

- b) Erläutere den Unterschied zwischen einer Bruchzahl und einer rationalen Zahl.

Da gibt es keinen! Das ist nur ein anderer Ausdruck...

- c) Erläuteren den Unterschied zwischen einer Bruchzahl und einer irrationalen Zahl.

Alle Zahlen, die sich nicht als Bruch schreiben lassen, sind keine rationale Zahl. Man nennt diese nicht-rationalen Zahlen die irrationalen Zahlen. Gemeinsam ergeben sie dann die reellen Zahlen!

2. Aufgabe – Zahlbereiche**(3 Punkte)**

Gib zu den jeweiligen Aussagen mit einer kurzen Begründung an, ob sie wahr oder falsch sind!

- a) Die Zahl 0 ist eine rationale Zahl.

Stimmt, man kann bspw. 0/10 schreiben, das ist ein Bruch und gleichzeitig ist das auch Null.

- b) Die Zahl $-3/5$ ist eine irrationale Zahl.

Das ist falsch. denn diese Zahl kann man als Bruch schreiben (weil sie einer ist!) und so ist sie keine nicht-rationale Zahl...

- c) Die Zahl $0,333\dots$ ist eine irrationale Zahl.

Wenn die Pünktchen die Periode bedeuten, dann stimmt das nicht! Denn die angegebene Zahl lässt sich auch als $1/3$ notieren.

- d) Die Zahl $0,999\dots$ ist eigentlich genau 1.

Das stimmt! Es ist komisch, aber wenn wir uns an c) erinnern, sehen wir es. denn $0,999\dots$ ist ja einfach 3 mal $0,333\dots$ und diese Kommazahl ist $1/3$. 3 mal $1/3$ ist aber gerade 1!

e) Die Zahl 0,4949949994... ist eine rationale Zahl.

Das ist falsch. Wäre sie rational, dann müsste man sie als eine Kommazahl schreiben können, die sich irgendwann „wiederholt“. Das meint, dass es eine Periode gibt, also eine sich wiederholende Zahlenfolge innerhalb der Nachkommastellen. Da hier immer mehr 9er zwischen 4er rücken, geht das aber nicht!

f) Die Zahl -4 hat zwei Wurzeln.

Falsch. Negative Zahlen haben gar keine Wurzeln!

3. Aufgabe – Intervallschachteln

(4 Punkte)

Gesucht wird eine positive Zahl x , die die Gleichung $x^2=45$ löst.

a) Welche Wege, dieses x zu bestimmen, kennst du mit dem GTR?

Intervallschachteln, einfaches Raten oder mit dem GTR über die \wedge -Taste oder mit der Wurzel-Taste.

b) Mit welchen Zahlen würdest du bei einer Intervallhalbierung starten und warum?

Mit 6 und mit 7. Denn $6^2=36$ (noch zu klein) und $7^2=49$ (schon zu groß).

c) Führe dein Verfahren dreimal aus und notiere dir dein Ergebnis für x .

Ok. Man nimmt im ersten Schritt 6,5 und da $6,5^2=42,25$ ist, muss man mit der Zahl, die zwischen 6,5 und 7 liegt, weitermachen. Das ist die Zahl 6,75 und das ist der zweite Schritt. $6,75^2$ ist aber 45,5625, was schon wieder etwas zu groß ist. Daher muss man mit der Zahl, die zwischen 6,5 und 6,75 liegt, fortfahren. Das ist der dritte und letzte Schritt. Um diese Zahl zu finden, addierst du 6,5 und 6,75 und teilst das Ergebnis durch 2: $(6,5+6,75)/2=6,625$. Diese Zahl quadriert ergibt 43,89. Das ist ganz ok, aber noch nicht wirklich 45! x wäre im Moment trotzdem 6,625.

d) Berechne x direkt mit dem GTR und vergleiche dein Ergebnis. Ist der Fehler, den du mit deinem x machst, größer als 0,1?

Der GTR liefert mit $45^{(0.5)}$ die Zahl $x=6,71$ (gerundet). Die Abweichung von unserem x ist kleiner als 0,1, denn es ist ja $6,71-6,625$ etwa 0,08. Immerhin...

4. Aufgabe – Quadrieren und Wurzeln

(2 Punkte)

Löse diese Aufgabe **ohne GTR!**

a) Bestimme alle Wurzeln für die Zahl 256 und für die Zahl -256.

Wurzel aus 256 sind die beiden Zahlen +16 und -16. Die Zahl -256 hat keine Wurzeln, weil sie negativ ist.

b) Bestimme das Quadrat für die Zahl 16 und für -16.

Praktischerweise ist das beide Male wieder 256; siehe Aufgabenteil a).

5. Aufgabe – Zeichnen von Parabeln

(4 Punkte)

a) Zeichne die Parabel $y=x^2$ in dein Heft. Dabei soll x zwischen -3 und 3 variieren und eine Einheit entspricht 1cm! (*Tipp: Nutze deinen GTR*)

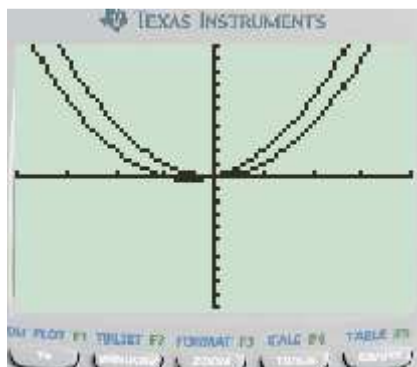
$Y1=X^2$ und das WINDOW eingestellt liefert uns das hier:



Jetzt muss man das nur noch den Anweisungen entsprechend abmalen!

b) Zeichne die Parabel $y=x^2+x$ in das gleiche Schaubild ein.

Einfach $Y2=X^2+X$ schreiben und dann sieht das so aus:



Wieder ist Abmalarbeit gefragt...

c) Worin unterscheiden sich die beiden Parabeln, was haben sie gemeinsam?

Sie sind zueinander verschoben, aber eigentlich komplett gleich! Das Schaubild der zweiten Parabel, welches nicht den Punkt $P(0|0)$ enthält, ist nach links und ganz leicht nach unten verschoben. Nach der Arbeit sehen wir, wie man das ausrechnen kann!

6. Aufgabe – Schlaues Rechnen mit Quadratwurzeln

(4 Punkte)

Löse diese Aufgabe **ohne GTR!** Du darfst folgende Näherungen verwenden:

$$\sqrt{2} \approx 1,4, \sqrt{3} \approx 1,7, \sqrt{5} \approx 2,2$$

- a) Begründe mit den oben gegebenen Näherungen, wieso $\sqrt{8} \approx 2,8$ gilt.

Zuerst einmal kann ich die 8 zerlegen in $4 \cdot 2$. Dann kann ich die Wurzel „auftrennen“, weil es ein Produkt ist: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$. Und das ist mit der angegebenen Näherung halt 2 mal 1,4, also 2,8. Passt!

- b) Berechne $\sqrt{2+3}$. Du kannst auf eine Nachkommastelle runden!

Hier darf man nicht auftreffen, sondern kann „nur“ $2+3=5$ rechnen. Praktischerweise ist die Wurzel aus 5 oben mit 2,2 angegeben...

- c) Bestimme $-\sqrt{324}$ (Tipp: Das Ergebnis ist eine ganze Zahl)

Hier muss man vielleicht etwas probieren?! Aus Aufgabe 4 wissen wir immerhin, dass $16^2=256$ ist. Ich weiß noch, dass $20^2=400$ ist (kann man einfach ausrechnen). Dann probiere ich mal 17^2 . Das ist 289. Und 18^2 ? Das ist genau 324. Also ist die gesuchte Zahl -18, weil ja noch das Minuszeichen vor der Wurzel steht.

- d) Vereinfache so gut es geht: $\sqrt{32} + \sqrt{18}$. Berechne das Ergebnis, runde dabei auf eine Nachkommastelle.

Diese Aufgabe ist nicht so einfach. 32 ist 2 mal 16 und das hilft sicherlich! Denn: $\sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 16} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{2} \cdot 4$. Soweit so gut. Was ist mit 18? Man kann 18 als 2 mal 9 schreiben. Man findet dadurch: $\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{2} \cdot 3$. Nun hat man beides zu addieren. Wir addieren also 4mal die Wurzel aus 2 mit weiteren 3 davon, denn $3\sqrt{2}$ ist ja nur eine Kurznotation für $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$. Macht insgesamt $7\sqrt{2}$ und das ist circa 10 (weil $\sqrt{2} = 1,4$ gilt).

7. Aufgabe – Eine Anwendung!

(4 Punkte)

Ein Tischler soll eine 3 m^2 große quadratische Tischplatte aus einer großen Holzplatte heraussägen. Welchen Wert muss er für die Seitenlängen auf dem Sägetisch einstellen, wenn die Abweichung der Fläche höchstens 1 dm^2 betragen darf? Er kann dabei in Millimeterschritten vorgehen.

Da es eine quadratische Platte ist, muss eine Seitenlänge gerade $\sqrt{3} \text{ m}$ lang sein. Der GTR liefert dafür die (von ihm gerundete) Lösung 1,732050808. So genau kann das der Tischler nicht einstellen. Die 7 nach dem Komma steht für die Anzahl der Dezimeter, die 3 für die der Zentimeter und die 2 schon für Millimeter. Also sollte er 1Meter73 und 2 Millimeter einstellen. Dann wird die Platte von der Fläche eben $1,732^2$ Quadratmeter groß, was der GTR als 2,999824 ausgibt. Die Platte wird „etwas“ zu klein. Dieses etwas ist wirklich winzig; es ist ungefähr $0,0002 \text{ m}^2$. Ein Quadratdezimeter wäre viel mehr; $0,1 \text{ m}$ mal $0,1 \text{ m}$ sind $0,01 \text{ m}^2$ (aufpassen mit dem Quadrat, ein Quadratdezimeter ist NICHT $0,1 \text{ m}^2$!!!) und das ist viel mehr als unser „Fehler“.

Zusatzaufgabe – Schnittpunkte von Kurven

(3 Zusatzpunkte)

Im Schaubild zur 5. Aufgabe schneiden sich die beiden Parabeln.

a) Gib den Schnittpunkt an.

Die Schnittpunkte kann man mittels ZOOM oder per Einstellen von WINDOW finden. Es gibt auch noch eine INTERSECT-Funktion, aber die lernen wir erst später kennen. Man findet dann ziemlich gut Schnittpunkte:



und entdeckt so $X=0$, also den Schnittpunkt $S(0|0)$.

b) Stelle eine Geradengleichung auf, deren Schaubild durch den Schnittpunkt und $T(1|3)$ geht.

Das geht so: Eine Gerade hat die allgemeine Form $y=mx+c$ mit der Geradensteigung m und dem y -Achsenabschnitt c . Jetzt liegt der Punkt $S(0|0)$ darauf, also muss er die Geradengleichung auch erfüllen. Setzt du $x=0$ ein, muss $y=0$ aus der Geradengleichung „hüpfen“. Testen wir das, so sehen wir, dass $c=0$ sein MUSS damit das gehen kann: $0=m0+c=0+c=c$. Nun kennen wir die Gerade etwas besser. Sie sieht so aus: $y=mx$ mit noch unbekannter Steigung. Aber auch der Punkt T soll ja auf der Geraden liegen und so MUSS $y=3$ werden, wenn $x=1$ ist. Auch das Testen wir (man nennt das eine Punktprobe): $3=m1=m$ und so muss $m=3$ sein! Die Gerade lautet also $y=3x$.