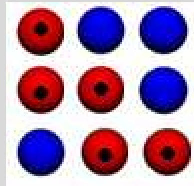
EI 8a 2010-11	*MATHEMATIK* **Probearbeit zur 1. Arbeit**	

Mit diesen Lösungen kannst du deine Ergebnisse abgleichen. Es sind auch andere Lösungswege möglich, die Endergebnisse müssen allerdings übereinstimmen!

1. Aufgabe

Erkläre anhand des Bildes oben rechts, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, verdeckt eine gepunktete Kugel von diesen neun Kugeln zu ziehen. Wie hoch wäre die Wahrscheinlichkeit dafür, erst eine gepunktete und dann eine normale Kugel zu ziehen?

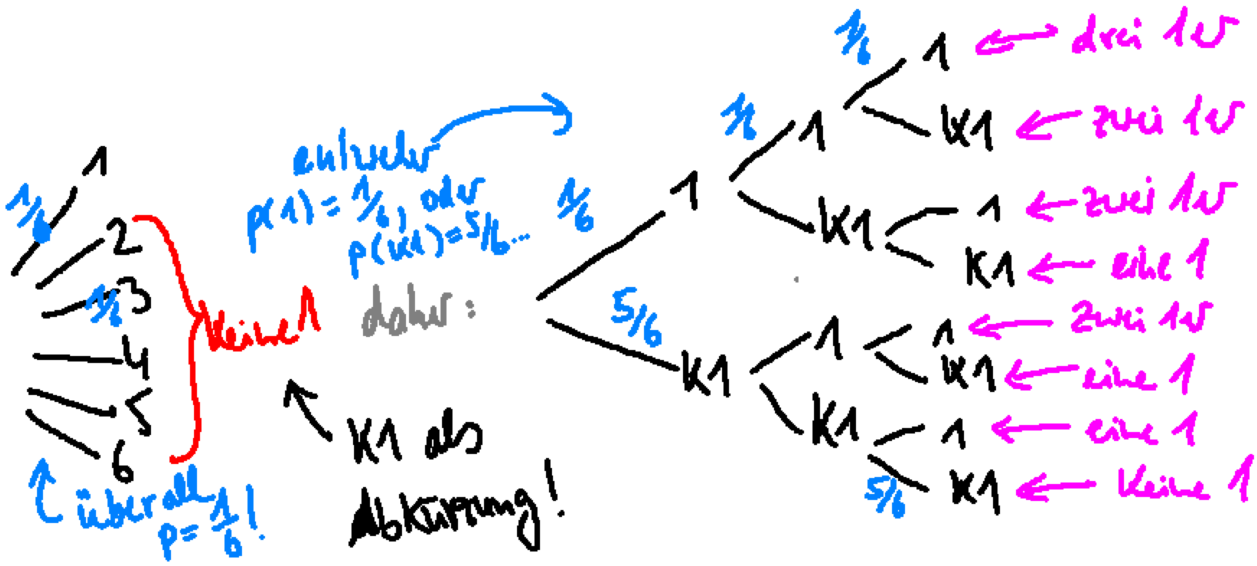
Oben rechts sind insgesamt 9 Kugeln, davon haben 5 Kugeln einen Punkt. Ziehe ich verdeckt, erwische ich in 5 von 9 Fällen eine gepunktete Kugel. p(1xZiehen, Punktkugel erwischen)=5/9 ist damit die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Erst eine gepunktete Kugel zu ziehen gelingt in 5 von 9 Fällen. Als Hilfe könnte man hier auch einen Baum malen. Im nächsten Schritt könnte ich in 4 von 8 Fällen wieder eine Punktkugel ziehen oder in 4 von 8 Fällen eine normale Kugel erwischen. Letzteres interessiert mich. Also ist der Pfad im Baum erst 5/9 zur Punktkugel und dann 4/8 zur normalen Kugel. Man multipliziert beide Einzelwahrscheinlichkeiten, also 5/9 x 4/8 und das ergibt p(Punktkugel, normale Kugel) = 5/18.

2. Aufgabe

Ein normaler Spielwürfel wird dreimal geworfen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist bei den geworfenen Zahlen höchstens eine 1 dabei?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens eine 1 dabei?

Hier zeichne ich dann doch lieber ein Baumdiagramm, nicht, dass ich die Übersicht verliere…



a) Höchstens eine 1 meint entweder keine, oder eine 1 dabei. das ist in 4 Fällen so. Drei davon enthalten genau eine 1 und ein Fall enthält gar keine 1. Der letzte Fall K1-K1-K1 tritt mit der Wahrscheinlichkeit von (5/6)^3= 5/6 x 5/6 x 5/6 = 125/216 auf. Also noch ziemlich häufig. Die anderen Fälle enhalten alle eine 1 und zweimal K1. Damit ist die Wahrscheinlichkeit je 1/6 x 5/6 x 5/6, denn egal in welcher Reihenfolge die Augen fallen, es sind immer zwei Faktoren für K1 und einer für die 1 dabei. Das sind insgesamt 25/216, was schon nicht mehr so wahrscheinlich ist. Die Summe aller vier Fälle ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit von Teilaufgabe a): 25/216 + 25/216 + 25/216 + 125/216 = 200/216. Das ist ziemlich wahrscheinlich!

b) Mindestens eine 1 ist ja das Gegenereignis zu gar keiner 1. Weil entweder habe ich gar keine 1 oder eben mindestens eine. Da immer einer dieser zwei Fälle eintreten wird, ist die Gesamtwahrscheinlichkeit 100%. Es gilt: 100% = p(keine 1) + p(mindestens eine 1). Praktischerweise kennen wir aus a) das p(keine 1), das ist nämlich gerade 125/216. Daher muss p(mindestens eine 1) = 100% - 125/216 sein. Das kann der GTR (als Bruch wäre es übrigens einfach 216-125 durch 216, also 91/216): er findet hier gerundet 42%.

3. Aufgabe

Steffen schlägt vor, in der Hockeygruppe nach jedem Training auszulosen, wer den Schlüssel für die Halle zur Aufbewahrung mitnimmt. Dazu werden alle Teilnehmernamen auf Zettel geschrieben und in eine Schachtel gelegt. Nach jedem Training wird ein Name gezogen. Anschließend wird der Name aus der Schachtel entfernt. Sind erst einmal alle Zettel gezogen, wiederholt sich die Reihenfolge immer wieder. Mit Steffen sind es 12 Jungs, außerdem machen 8 Mädchen bei diesem Training mit. Schon im ersten Training wird gezogen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird Steffen selbst direkt gezogen?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird Steffen im 17. Training gezogen, wenn er vorher nicht gezogen wird?
c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird dieses und die nächsten vier Trainings immer ein Junge gezogen?
d) Insgesamt hat die Gruppe dieses Jahr noch 62mal Training. Wie oft wird Steffen in dieser Zeit ausgelost werden? *Zusatz: Gib die exakte Wahrscheinlichkeit dazu an!*

a) Steffen wird in einem von 20 Fällen gezogen, also zu 5%.
b) Nach 20 Trainings ist die Reihenfolge fest, da ja immer der jeweils gezogene Name aus der Schachtel entfernt wird. Nun wurden in den 16 Trainings vorher schon 16 Namen gezogen, also sind noch 4 Namen in der Schachtel. Einer davon soll Steffen sein (sonst wäre er nicht mehr dabei…) und so erwischt es ihn hier in 1/4 = 25% der Fälle.
c) Im ersten Training zu 12/20, im zweiten 11/19, im dritten 10/18 und im vierten sind noch 9 Jungen übrig von insgesamt 17 Personen, also 9/17. Im fünften sind es 8/16. Diese Wahrscheinlichkeiten (hier wäre auch ein Baum nützlich, muss aber nicht sein!) muss man multiplizieren und findet so p(5xJunge nacheinander) = 12/20 x 11/19 x 10/18 x 9/17 x 8/16. Der Rechner sagt dazu ca. 0.05, also ca. 5%.
d) 62mal Training bedeutet 20+20+20+2 Trainings. Da nach dem ersten Training auch im 21. Training wieder der gleiche Spieler verantwortlich ist und dann wieder im 41. bzw. im 61. muss es Steffen dreimal erwischen. Hatte er Lospech und war einer der ersten beiden Spieler, dann muss er viermal ran. *Zusatz: Die Wahrscheinlichkeit, dass Steffen viermal dran ist, errechnet sich daraus, wie wahrscheinlich es ist, dass es Steffen beim ersten oder zweiten Mal erwischt. Dass er gleich den Schlüssel verwahren muss, tritt nach a) genau zu 5% ein. Dass es ihn im ersten Training nicht erwischt, entsprechend 95% oder 19/20. Im zweiten Training ist er in 1/19 Fällen dran. Da er vorher nicht erwischt wurde, wäre also p(erstes Mal nicht, aber zweites Mal) = 19/20 x 1/19 = 1/20 und das sind wieder 5%. Somit ist Steffen in 5%+5% = 10% der Fälle entweder beim ersten oder zweiten Mal ausgelost worden und wäre so in diesen 10% der Fälle viermal für den Schlüssel zuständig. In den anderen 90% ist er nur dreimal dran gewesen.*

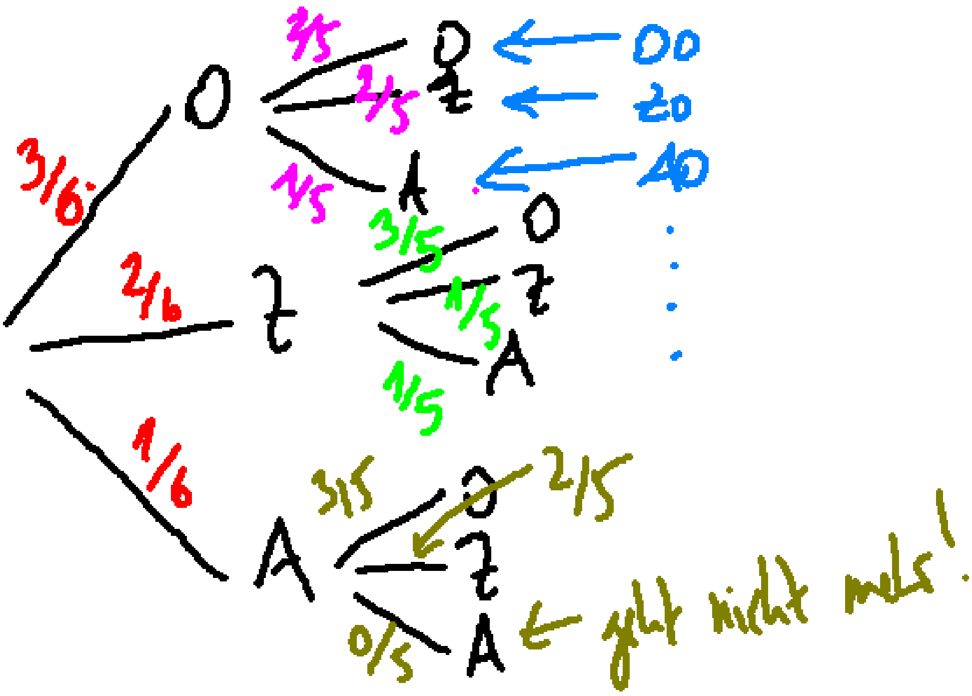
4. Aufgabe

In einer Bonbondose liegen drei Orangen-, zwei Zitronen und ein Apfelbonbon. Joy entnimmt der Dose nacheinander zufällig zwei Bonbons.

a) Gib die verschiedenen Ausgänge an und berechne die jeweilige Wahrscheinlichkeiten. Dabei soll die Reihenfolge keine Rolle spielen; Zitronenbonbon-Apfelbonbon ist gleichwertig mit Apfelbonbon-Zitronenbonbon!
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Bonbon ein Orangenbonbon ist?

Ich verwende diese Abkürzungen: Orangenbonbon=O, Zitronenbonbon=Z und Apfelbonbon=A.

a) OO, OZ, OA, ZZ, ZA. AA geht nicht, weil nur ein A da ist. Die Wahrscheinlichkeiten schaut man sich am besten am Baumdiagramm an:



Nun muss man nur noch „einsammeln":

p(OO) = 3/6 x 2/5 = 6/30 = 20%.

p(OZ) = **3/6** x **2/5** + **2/6** x **3/5** = 6/30 + 6/30 = 12/30 = 40% ist vielleicht etwas schwieriger, aber es gibt eben zwei Varianten auf ein Orangenbonbon und ein Zitronenbonbon zu kommen; entweder zuerst O und dann Z bzw. eben zuerst Z und dann O! Daher sind die Zahlenwerte so eingefärbt, wie sie es auch in der Tabelle sind!

Die restlichen Fälle setzen sich wieder aus den beiden Vertauschungen zusammen:

p(OA) = 3/6 x 1/5 + 1/6 x 3/5 = 3/30 + 3/30 = 6/30 = 20%;

p(ZZ) = 2/6 x 1/5 = 2/30 = 6,7% (gerundet) und

P(ZA) = 2/6 x 1/5 + 1/6 x 2/5 = 2/30 + 2/30 = 4/30 = 13,3% (gerundet).

(Zur Kontrolle: Alle Ausgänge addiert ergeben genau 100%. Super! Wenn es nicht ganz genau hinhaut, kann das an Rundungen liegen…)

b) Habe ich Teil a) erledigt, dann muss ich nur noch nachschauen. Mindestens ein O bedeutet ja entweder OO oder OZ oder OA. Die drei Fälle addiere ich und erhalte:

   p(mindestens ein O) = p(OO) + p(OZ) + p(OA) = 20% + 40% + 20% = 80%.

Zusatzaufgabe

Am letzten Schultag entschließt ihr euch, dass jeder jedem die Hand gibt und sich in die Ferien verabschiedet. Wie oft gebt ihr euch insgesamt die Hand? (8a, 27 Schülerinnen und Schüler)

Der erste Schüler gibt allen anderen 26 Schülern die Hand. Damit ist sein Werk getan und er kann gehen. Bleiben die 26 „geschüttelten“ Schüler übrig. Davon gibt ein Schüler ja 25 die Hand, dann scheidet er aus. der nächste muss noch 24 Schülern die Hand geben usw. Diese Händeschüttler muss man addieren und so ergibt sich eine ziemlich große Zahl:

26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1.

Das ist 351.

Hier kann man übrigens tricksen, wenn man das nicht alles eintippseln möchte. Und das ist die berühmte Formel von Gauß, von der wir es mal kurz hatten. Ich führe sie hier vor, ihr braucht sie aber nicht in der Arbeit!

Ich interessiere mich jetzt also für diese lange Summe:

26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1.

Was ist die aber?! Aus Langeweile (natürlich nicht, aber ich mache es spannend…) notiere ich mir die Summe noch einmal, aber jetzt anders herum:

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26.

Auch hier habe ich natürlich erst einmal keinen Plan, was diese Summe ist. Doch Moment!

26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1.
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26.

Hier habe ich die Summe zweimal hingeschrieben und das untereinander. Und jetzt sehe ich etwas: 26 steht über der 1, 25 über der 2 usw., am Ende 1 über 26. Addiere ich die beiden Zahlenketten, dann erhalte ich insgesamt 26mal die 27! Das ist laut Rechner 702. Da ich zweimal die Summe hingeschrieben habe, muss die einfache Summe eben die Hälfte von 702 sein, also 351.

Das ist der Trick!