

Da ich diesen Freitag Lehrprobe in Mathe hatte, fiel die Stunde ziemlich „trocken“ aus. Ich hoffe, ihr habt dafür Verständnis. Die nächste (und damit hoffentlich die letzte) Lehrprobe gibt's wohl Ende April. Inhalt der Stunde war eine Rechenaufgabe, bei der ihr auch eure Kenntnisse zum GTR vertiefen konntet. In der nächsten Stunde gibt es dann endlich wieder ein Praktikum zum nächsten Thema (Magnetismus)!

(Tipp zum GTR: Legt euch ein kleines Heft an, in das ihr alle wichtigen Befehle, die ihr so braucht, eintragt. Eine solche Übersicht ist auch für den Matheunterricht sehr wertvoll!)

RECHENAUFGABE (MIT DEM GTR)

Da genug von euch einen GTR dabei hatten, konnten wir in der Stunde lernen folgendes Problem lösen: *Wieso sieht die Abkühlungskurve eigentlich so aus wie sie aussieht?!* Wir haben zwar mit dem umgedrehten Fall begonnen, aber das ist eigentlich auch egal, das Prinzip ist dasselbe!

Wir nehmen an, dass die Temperatur eines Körpers durch die Teilchengeschwindigkeit in ihm bestimmt ist. Diese Annahme hat bisher immer gut funktioniert. Dann überlegen wir uns Folgendes. Wenn wir einen Körper der Temperatur $T=100^{\circ}\text{C}$ haben (Tasse mit heißem Wasser) in einer Umgebung mit der Temperatur $S=20^{\circ}\text{C}$ (Zimmerluft), dann kommt es zu einem „Wärmefluss“. Denn die schnelleren Tassenteilchen dotzen immer mal wieder gegen die langsameren Zimmerluftteilchen und geben dabei Geschwindigkeit ab. Veranschaulicht haben wir uns das mit Billardkugeln. Dann scheint einleuchtend, dass viel Geschwindigkeit von den Tassenteilchen auf die Luftteilchen „übertragen“ wird, wenn die Temperaturdifferenz groß ist. Denn wenn beide Temperaturen (fast) gleich sind, wird (fast) keine Geschwindigkeit mehr übertragen. Jetzt zur „Mathematisierung“:

Mit

$$\Delta T = T(t+1) - T(t)$$

$$20^{\circ}\text{C} - T$$

*Temperaturänderung
noch zwischen Tasse und Luft
vorhandene Temperaturdifferenz*

setzen wir den Satz

„Die Temperaturänderung ist proportional zur noch vorhandenen Temperaturdifferenz“

so um:

$$T(t+1) - T(t) = k \cdot (20^{\circ}\text{C} - T)$$

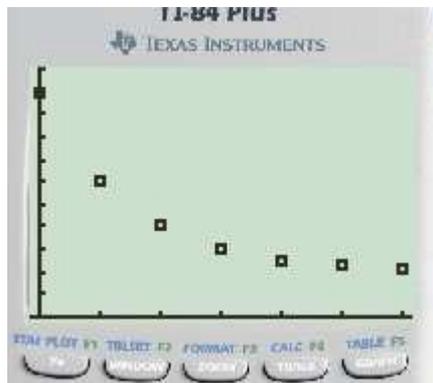
oder einfach umgeformt:

$$T(t+1) = T(t) + k \cdot (20^{\circ}\text{C} - T)$$

Die Konstante k muss man dann experimentell bestimmen. Da wir aber mal schauen wollten, ob ein solcher Verlauf überhaupt aussieht, wie er „in Echt“ aussieht, haben wir mal $k=0,5$ gesetzt und ausprobiert. Wir starteten mit $T(0)=100$ (Einheiten lassen wir mal weg):

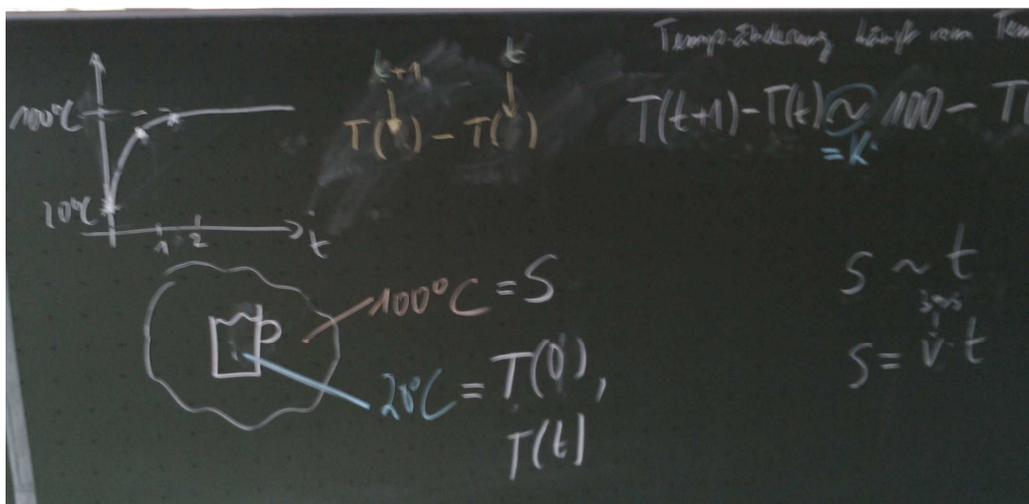
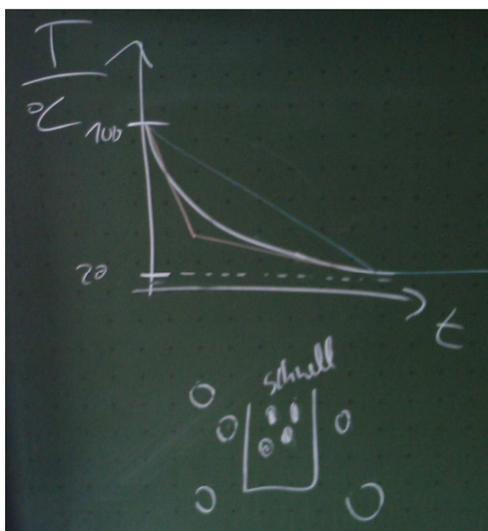
$T(1) = T(0) + 0,5(20-T(0)) = 100 + 0,5(-80) = 60$. Damit geht es wieder in die Gleichung oben: $T(2) = T(1) + 0,5(20-T(1)) = 60 + 0,5(-40) = 40$, dann $T(3)=30$, $T(4)=25$, $T(5)=22,5$ und $T(6)=21,25$. Es läuft immer so: Die neue Temperatur ist die alte, von der „etwas“ weggeht und das „etwas“ ist immer die halbe Differenz zu 20°C (wegen $k=0,5$).

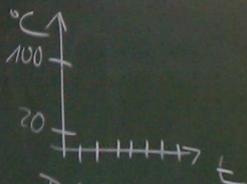
Um uns ein Bild von unseren Ergebnissen zu machen, verwenden wir jetzt den GTR. Zuerst füttern wir ihn mit unseren Daten. Dazu gehen wir in <STAT> und über <EDIT> in die Listen L1 und L2. Dort tragen wir 0,...,6 in L1 ein und die Werte 100,60,40,30,25,22.5,21.25 in L2 ein. Mit STAT PLOT (<2nd>+<Y>) können wir das jetzt zeichnen lassen! Hier müssen wir den ersten StatPlot einschalten (einfach auswählen und auf <EIN> gehen). Das <WINDOW> richtig einstellen und ggf. „normale“ Plots (Y1= usw.) rauslöschen. Auf <GRAPH> und es erscheint:



Das Ergebnis ist genau so, wie wir es erwartet haben. Also war unser Ansatz gut! Da dieser aus Überlegungen über unser Teilchenmodell entstand, ist diese Rechnung eine weitere Bestätigung des Teilchenmodells!

Hier noch die unkommentierten Tafelbilder:





$$T(0) = 100$$

$$S = 20$$

$$k = 0,5$$

Punkte zeichnen im GTR:
(2 aus L1 & L2)

0	1	2
100	60	

$$100 + 0,5 \cdot (20 - 100) = T(1)$$

alte + "geht was weg" = neue

$$100 + 0,5 \cdot (-80) = T(1)$$

$$100 - 40 = T(1) = 60$$

Eingabe L1, L2:

<STAT>, <EDIT>

und dann in L1 einfach
0..10 eingeben und
in L2 die "Messwerte"

<2nd>+<Y> ("STAT PLOT")
-><1:>-><An>