EI 10c M 26.02.2010	*MATHEMATIK* # Lösungen 3. Klassenarbeit	

AUFGABE 1 **6 PUNKTE**

a) Bestimme für die Funktionen a bis d die Ableitung nach x. Der Definitionsbereich ist immer maximal gewählt. Du darfst dabei alle dir bekannten Ableitungsregeln anwenden!

$$a(x) = (x+10)^2, \qquad b(x) = -4x^3 + x^2 - 10, \qquad c(x) = 3x - 2\sqrt{x}, \qquad d(x) = 5x - 3$$

$a(x) = (x+10)^2 = x^2 + 2 \cdot 10 \cdot x + 10^2$

$= x^2 + 20x + 100$

$a'(x) = 2x + 20$ nix!

$b(x) = -4x^3 + x^2 - 10$

$b'(x) = -4 \cdot 3 \cdot x^2 + 2x$ nix!

$= -12x^2 + 2x$

$c(x) = 3x - 2\sqrt{x} = 3x - 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$ ← braucht man!

$c'(x) = 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = 3 - x^{-\frac{1}{2}}$

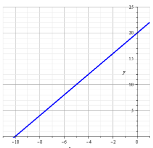
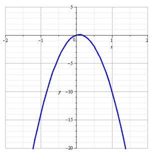
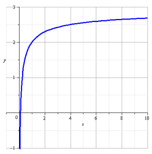
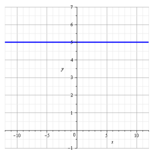
$= 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

Merke: $\sqrt[17]{x^5} = (x^5)^{1/17} = x^{5/17}$

(kompliziertes Beispiel!)

$d(x) = 5x - 3 \Rightarrow d'(x) = 5$

b) Ordne nun die folgenden vier Schaubilder den vier Ableitungen zu! *Tipp: Nutze den GTR.*

a'(x):  b'(x):  c'(x):  d'(x): 

Hier kann man zur Hilfe einfach die Ableitungsfunktionen in den GTR eingeben und sich anzeigen lassen. Außerdem wird eine Parabel zur Gerade und eine Funktion dritten Grades zu einer Parabel. Eine Gerade zu einer konstanten Funktion und die Wurzelfunktion bleibt kompliziert…

AUFGABE 2 **4 PUNKTE**

a) Untersuche die Funktion f auf Nullstellen. Bilde anschließend die Ableitung von f und untersuche auch sie auf Nullstellen. Der Funktionsterm von f lautet:

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$f(x) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

2. Binomische Formel

dann ist klar, dass bei

$\boxed{x_1 = 2}$ eine doppelte Nullstelle

vorliegt. Ansonsten über abc-Formel

oder grafisch über den GTR ...

$f(x) = x^2 - 4x + 4$

$\Rightarrow f'(x) = 2x - 4$ Nix!

Die Nullstellen der Ableitung findet man

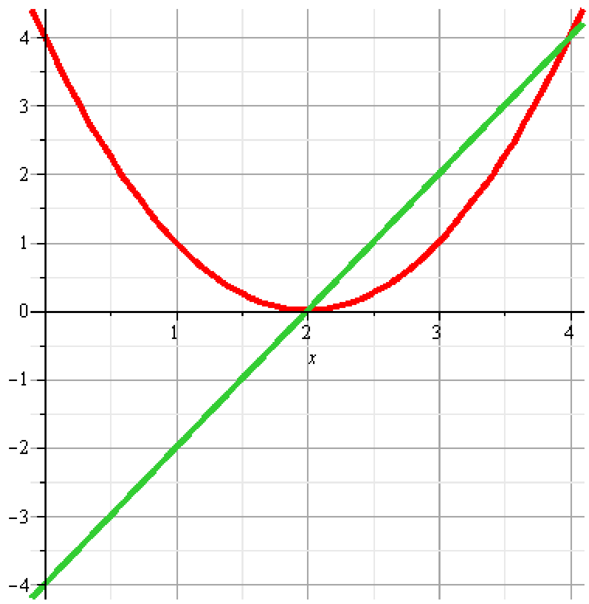
über $0 = f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow 2x = 4$

$\Rightarrow x_2 = 2 \;(= x_1)$

Also ist für $x_1 = 2$ sowohl f als auch $f' = 0$!

b) Zeichne die Schaubilder von f und f' im Bereich von x = 0 bis x = 4.

Tipp: Überprüfe noch deine Ergebnisse aus a)!



AUFGABE 3 **4 PUNKTE**

Gegeben ist die Funktion f durch

$$f(x) = (x-2)^2.$$

Berechne den Funktionswert für x = 1. Wie groß ist die Steigung an dieser Stelle? Gib die Gleichung der Tangenten t an. Schneidet diese die x-Achse? Wenn ja, gib den Schnittpunkt an!

$f(x) = (x-2)^2$ (← selbe Funktion wie in A2!)

$f'(x) = 2x-4$

$x=1$: $f(1) = (1-2)^2 = 1$ und
$f'(1) = 2-4 = -2$

Tangente t: $y = mx + c$ mit $m = f'(1) = -2$
und $P(1|1) \in t$!

Also ist

t: $y = -2x + c$ und es ist

$1 = -2 \cdot 1 + c$ wg. $P(1|1) \in t$

$\Leftrightarrow 1 = -2 + c \Rightarrow c = 3$

AUFGABE 4 **4 PUNKTE**

Am 30.02.2010 schreibt ein Mathekurs (15 Schülerinnen und Schüler) eine Klausur. Folgende Notenverteilung ergibt sich nach der Korrektur:

1, 2, 1, 4, 6, 3+, 4, 2-3, 1-2, 3, 3-, 2+, 2+,1, 2.

Berechne den Durchschnitt der Klausur und deren Median. Erläutere kurz, warum der Median bei Noten sinnvoller ist.

1, 2, 1, 4, 6, 3+, 4, 2-3, 1-2, 3, 3-, 2+, 2+, 1, 2

Median: ~~1~~, ~~1~~, ~~1~~, ~~1-2~~, ~~2+~~, ~~2+~~, ~~2~~, 2, ~~2-3~~, ~~3+~~, ~~3~~, ~~3-~~,
~~4~~, ~~4~~, ~~6~~

↑ da ist er!

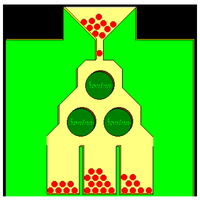
Mittelwert: $\frac{\text{Summe aller Noten}}{15} = \frac{37{,}75}{15} \approx 2{,}5$ ⌀

↖ Anzahl / Länge der Liste

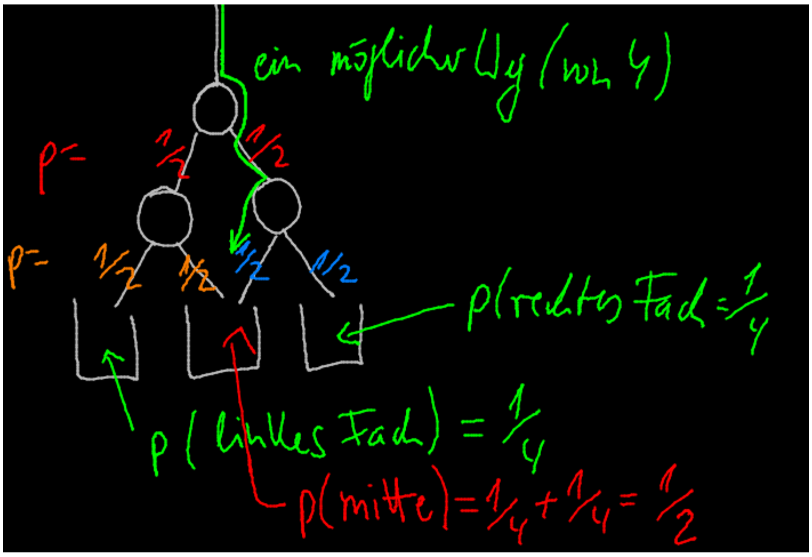
DER MEDIAN IST SINNVOLLER, DA DIE NOTEN EINE ORDINALSKALA DARSTELLEN (AUF SCHLAU).

AUFGABE 5 **4 PUNKTE**

Du stehst in einem Museum, welches ein sogenanntes *Galton-Brett* ausstellt:



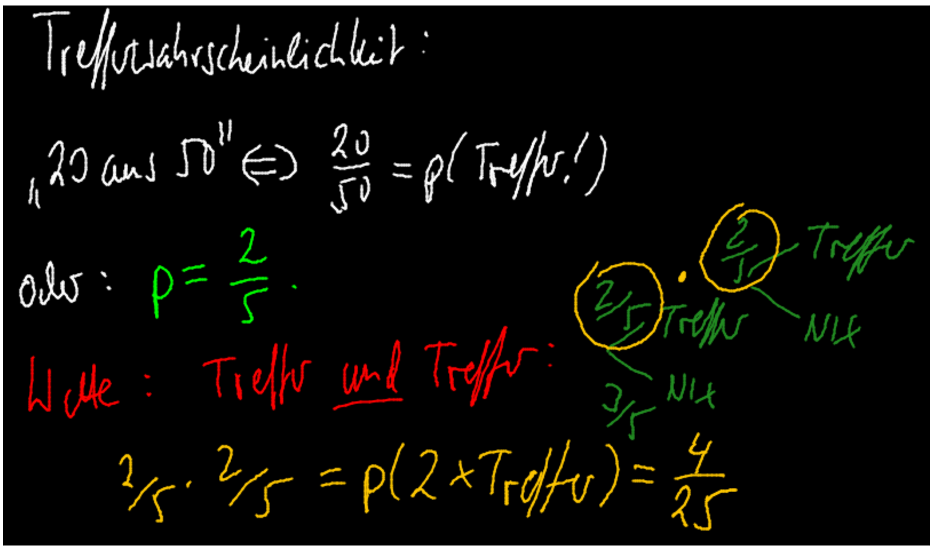
Von oben kann man Murmeln hinunter fallen lassen. An jedem „Verzweigungspunkt" fällt eine Murmel gleich häufig nach links bzw. nach rechts. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Murmel im linken, im mittleren bzw. im rechten Fach landet? Fertige hierzu einen „Entscheidungsbaum" an!

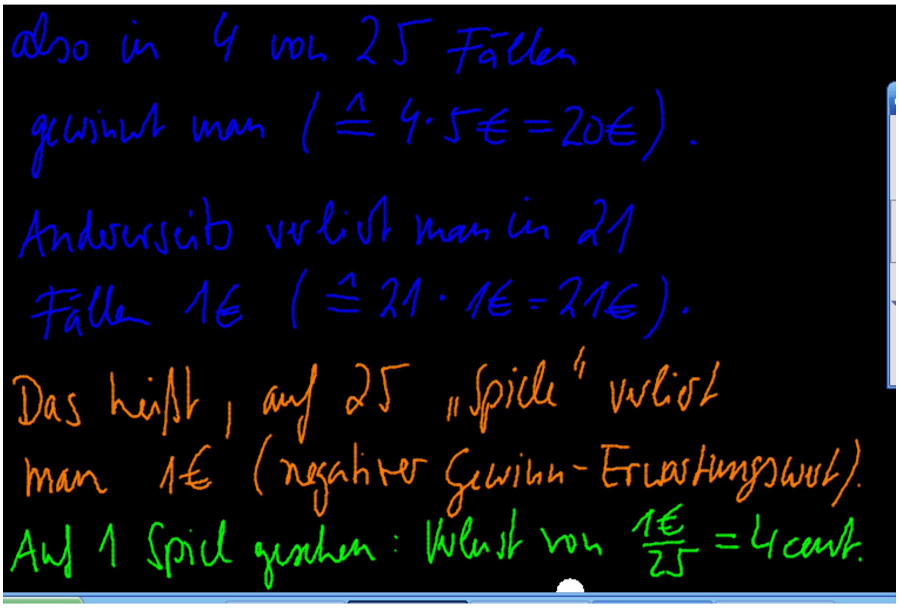


Man könnte auch sagen: Eine Murmel landet mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% (oder 0,25) im linken Fach, mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% im rechten Fach und mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% im mittleren Fach.

AUFGABE 6 **4 PUNKTE**

Da dich der Unterricht langweilt, hast du mit deinem Banknachbarn Papierkügelchen gemacht. Ihr beginnt, diese in den Mülleimer des Klassenzimmers zu werfen. 20 von 50 deiner Kügelchen landen sauber im Eimer. Dein Banknachbar ist beeindruckt und bietet dir folgende Wette an: Wenn du die nächsten beiden Würfe triffst, gibt er dir ein Milchbar-Essen aus (Wert 5€), ansonsten schuldest du ihm eine Milchschnitte (Wert 1€). Überlege dir, ob sich diese Wette für dich lohnt!



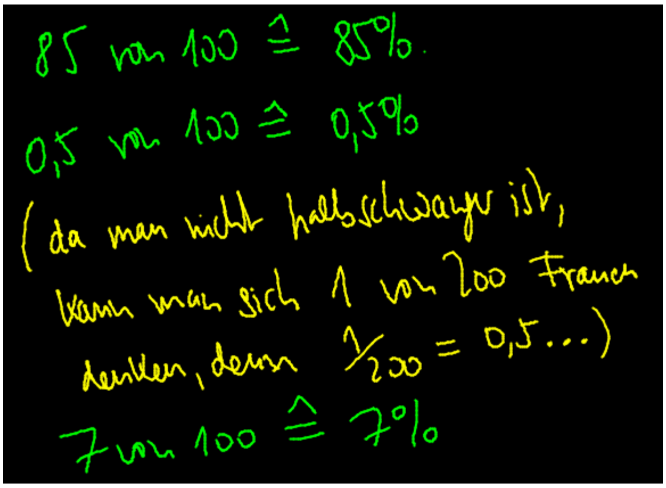


AUFGABE 7 **4 PUNKTE**

Der Pearl-Index gibt an, wieviele sexuell aktive Frauen im Schnitt innerhalb eines Jahres schwanger werden, wenn sie mit einer bestimmten Methode verhüten. Er berechnet sich so:

$$\text{Pearl-Index} = \frac{\text{Gesamtzahl der Schwangerschaften} \cdot 12}{\text{Zahl der Frauen} \cdot \text{Zahl der Anwendungsmonate}} \cdot 100$$

Wenn gar nicht verhütet wird, ist der Pearl-Index 85. D.h., dass durchschnittlich 85 von 100 Frauen innerhalb eines Jahres schwanger werden. Drücke diesen Wert in Prozent aus! Wenn man die Antibabypille volle 12 Monate anwendet, hat sie einen Pearl-Index von 0,5. Davon unabhängig hat das Kondom bei gleicher Anwendungsdauer einen Pearl-Index von 7. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, innerhalb eines Jahres schwanger zu werden, wenn man beide Verhütungsmethoden die gesamten 12 Monate kombiniert?



Da beide Methoden unabhängig voneinander sind, sind sie zu multiplizieren und es ergibt sich: 0,5/100 mal 7/100 = 3,5/10.000 = 35/100.000, sprich, von 100.000 Frauen, die so verhüten, werden nur 35 (wohl dann ungewollt) schwanger.

Wieso MULTIPLIZIEREN?! Man kann es sich so veranschaulichen: Greift eine der beiden Methoden, wird man nicht schwanger, klar. Beginnen wir mit der Pille: in einem von 200 Fällen funktioniert sie nicht. Wenn in diesem Fall aber das Kondom „klappt", dann war es auch nicht schlimm, dass gerade mal die Pille nicht funktioniert hat... Denkt immer ans Würfeln:

Ich würfele auf einem 200seitigen Würfel eine 1. Mist! Aber da ist noch ein zweiter Würfel unabhängig vom ersten. Dieser hat 100 Seiten und erst wenn ich auf dem AUCH NOCH eine der Zahlen 1-7 würfle, geht's schief. Bei Würfeln wurde dann aber MULTIPLIZIERT!