

Altersbestimmung des Ötzi

Aufgabe: Genauere Messungen ergaben einen relativen C-14-Anteil von $0.53 \cdot 10^{-10} \%$ in einer Gewebeprobe des Ötzi. Wie alt wäre die Eismumie danach?

Lösung: Wir kennen die Formel

$$B(t) = B(0) \cdot 2^{-t/T_{1/2}}$$

Da in der Ötzi-Probe zum Zeitpunkt des Todes $10^{-10} \%$ des Kohlenstoffs in Form von C-14 vorlag, ist das unser Startwert $B(0)$. Wir schreiben die Prozente noch um:

$$B(0) = 10^{-10} \% = 10^{-12} \quad \text{und analog:} \quad B(t) = 0.53 \cdot 10^{-10} \% = 0.53 \cdot 10^{-12}$$

Denn $B(t)$ ist ja gegeben (das Verfahren zum Bestimmen von $B(t)$ ist übrigens sehr aufwändig). Die Halbwertszeit lautet bekanntermaßen:

$$T_{1/2} = 5730 \text{ a}$$

Merke: Wir werden auch die auszurechnende Größe t in Jahren erhalten, denn t und $T_{1/2}$ haben immer dieselbe Einheit!

Wir setzen also die bekannten Größen $B(t)$, $B(0)$ und $T_{1/2}$ in unsere Formel ein:

$$0.53 \cdot 10^{-12} = 10^{-12} \cdot 2^{-t/5730a}$$

Kürzen liefert:

$$0.53 = 2^{-t/5730a}$$

Hier ist eine kleine Neuheit für euch; ansonsten hattet ihr im Exponenten nur eine Unbekannte, hier wird t aber noch durch 5730 zu teilen. Wir interpretieren die Gleichung: Eigentlich suchen wir die Zahl x , mit der man 2 hoch nehmen muss, um 0.53 zu erhalten. Rechnen wir x einmal aus:

$$0.53 = 2^x \Rightarrow \log(0.53) = \log(2^x) \Rightarrow \log(0.53) = x \cdot \log(2) \Rightarrow x = \frac{\log(0.53)}{\log(2)} \approx -0.916$$

Dann muss aber auch gelten:

$$-t/5730a = -0.916 \Rightarrow t \approx 5250a$$

Und damit ist die Mumie etwa 5250 Jahre alt. Diese ausführliche Rechnung geht auch einfacher, siehe hier:

$$\begin{aligned} 0.53 = 2^{-t/5730a} &\Rightarrow \log(0.53) = \log(2^{-t/5730a}) \Rightarrow \log(0.53) = (-t/5730a) \cdot \log(2) \\ &\Rightarrow (-t/5730a) = \frac{\log(0.53)}{\log(2)} \Rightarrow t = -\frac{\log(0.53)}{\log(2)} \cdot 5730a \approx 5250a \end{aligned}$$

Falls ihr das schon in Mathematik besprochen habt; die Zahl x als Hilfsgröße einzuführen war eine (lineare) *Substitution*. In der letzten Rechnung wurde für x einfach wieder $-t/5730a$ geschrieben.